

Informe Final

Proyecto de investigación:
**Modelación de precios dinámicos
aplicables al Centro de Idiomas
de la Universidad EAFIT**

Semillero de Investigación en Simulación y Modelación Matemática
SIMAT

*Departamento de Ciencias Matemáticas
Escuela de Ciencias
Universidad EAFIT
Medellín – Colombia
2015*

Integrantes

Julio Cesar Franco Ardila
Estudiante de Ingeniería Matemática

Pablo Andrés Saldarriaga Aristizabal
Estudiante de Ingeniería Matemática

Mateo Ríos Querubín
Estudiante de Ingeniería Matemática

Andrea Posada Cárdenas
Estudiante de Ingeniería Matemática

Samuel Plazas Escudero
Estudiante de Ingeniería Física

Mateo Velásquez Giraldo
Estudiante de Ingeniería Matemática

Andrés Felipe Rojas Amar
Estudiante de Ingeniería Matemática

Mateo Graciano Londoño
Estudiante de Ingeniería Matemática

Paula A. Escudero Marín
Grupo de investigación en Modelado matemático

Juan Carlos Rivera Agudelo
Grupo de investigación en análisis funcional y aplicaciones

Maria Eugenia Puerta Yepes
Grupo de investigación en análisis funcional y aplicaciones

Capítulo 1

Introducción

EN ENTORNOS comerciales altamente demandados y competitivos, cada vez es más frecuente la implementación de estrategias basadas en precios dinámicos. Este tipo de estrategias han sido implementadas con éxito en sectores como aerolíneas, sector hotelero y sector bancario. En estos tipos de servicios, dependiendo del tiempo de anticipación de la compra o adquisición del servicio, el precio varía según la disponibilidad y demanda del mismo en ese momento.

Este tipo de estrategias basadas en precios dinámicos son bastante atractivas para compañías cuyos productos o servicios ganan valor a medida que se agota la capacidad, o para los consumidores que adquieren los productos o servicios con anticipación, pues según el tiempo de adquisición es posible obtener un precio inferior por el mismo producto o servicio. El principio básico radica en aumentar los precios cuando la oferta de dichos productos o servicios disminuye. Este tipo de comportamiento en los precios ha sido exitoso en los sectores antes mencionados, pero ¿es viable la aplicación de este tipo de estrategias para otro tipo de servicios?

De la pregunta anterior surge la idea de evaluar la construcción de un modelo de simulación basado en agentes y un modelo de optimización que representen diferentes comportamientos y el efecto de la implementación de precios dinámicos en servicios como la oferta de cursos de idiomas. En este proyecto se plantea la aplicación de dichos tipos de modelos para el análisis de los cursos de inglés del Centro de Idiomas de la universidad EAFIT.

Con los modelos de simulación basados en agentes se busca determinar si la implementación de estrategias basadas en precios dinámicos en los cursos de inglés permite aumentar la demanda de éstos, y si se mejoran o no la ganancias del centro. Como se presenta en Guo *et al.* (2013) se busca discretizar el horizonte de tiempo, en donde para cada periodo de tiempo se establece un precio para los cursos. Similarmente, mediante el uso de modelos de optimización se busca determinar los precios óptimos que se deben ofrecer en cada intervalo de tiempo para maximizar los ingresos del centro de idiomas.

En los capítulos siguientes del presente informe se presenta una revisión del estado del arte (Capítulo 2), la descripción de los datos obtenidos y del análisis

de los mismos (Capítulo 3), la descripción y solución del modelo de optimización (Capítulo 4), y finalmente, la descripción y análisis del modelo de simulación basada en agentes (Capítulo 5).

Capítulo 2

Estado del arte

EN ESTE capítulo se presenta una revisión de la literatura sobre estrategias de asignación de precios a productos o servicios basadas en precios dinámicos, así como de otros problemas relacionados, y sus enfoques de solución y análisis.

Un ejemplo de estrategias de comercialización en las cuales los precios se modifican dinámicamente son las subastas. En Bapna *et al.* (2003) se estudia el caso en el cual una empresa ofrece sus productos en subasta para los clientes. En este estudio se define un modelo que permite caracterizar la curva de retorno, encontrar las variables que afectan los ingresos y analizar la demanda para derivar estrategias de venta. Los autores presentan un modelo general, así como cotas superiores para las ganancias del esquema de negocio de subastas partiendo de supuestos sobre el comportamiento de los clientes. Finalmente se presenta una estrategia para obtener ganancias “quasi-óptimas” fijando el incremento mínimo del precio de oferta. Este tipo de estrategia tiene similitudes a nuestro sistema de estudio puesto que los precios del producto o servicio cambian en el tiempo. Sin embargo, en las subastas la principal decisión de los clientes es si ofrecen o no comprar el producto, pero no se puede garantizar que efectivamente adquiera el producto porque depende de las ofertas de otros clientes. Además, en las subastas los precios son determinados por los clientes, y más específicamente por el cliente con mejor oferta, y no por el vendedor. En esta estrategia el vendedor solo puede fijar los mínimos incrementos en el precio por parte de los clientes, y el instante en que se ofrecen nuevos precios también es controlado por los clientes.

Similarmente, Elmaghraby & Keskinocak (2003) presentan una revisión de la literatura sobre precios dinámicos y usos actuales de éstos en diferentes empresas. El artículo comienza con una discusión sobre la importancia del uso de precios dinámicos. Los autores identifican dos tipos de mecanismos generales para determinar políticas de precios dinámicos: mecanismo de publicación de precios, donde el precio es definido por el vendedor y el cliente se debe ajustar a éste y mecanismo de descubrimiento de precios donde los precios se definen como en una subasta. Específicamente, los precios dinámicos encajan en los mecanismos de descubrimiento de precios, donde el vendedor cambia los precios dinámicamente dependiendo de diversos factores como el momento de la venta, e información sobre la oferta y la demanda. Los autores identifican tres carac-

terísticas claves que afectan la definición de una estrategia de precios dinámicos: el tipo de inventario (con o sin reemplazo), el tipo de demanda (dependiente o independiente del tiempo) y el tipo de cliente (estratégico o no estratégico). De acuerdo con lo anterior, se dice que la mayoría de estudios de precios dinámicos con consideraciones de inventario pueden clasificarse en: NR-I: sin reemplazo de inventario y con demanda independiente del tiempo y R-I-M: con reemplazo de inventario, demanda independiente del tiempo y clientes no estratégicos. Para cada una de estas categorías se hace un recuento de los estudios más relevantes, mencionando sus supuestos y resultados. Se mencionan también las herramientas de Software usadas en la industria para la aplicación de precios dinámicos en cada caso. En cada sección se proponen también posibles áreas de investigación que faltan por explorar.

En Aviv & Pazgal (2008) se desarrolla un modelo basado en precios dinámicos con características similares a nuestro objeto de estudio. El modelo de Aviv & Pazgal (2008) permite determinar la estrategia óptima de precios de artículos de temporada que tienen inventario finito. Esto se hace teniendo en cuenta que los clientes pueden decidir comprar dichos bienes antes, durante o después de temporada dependiendo de las características de cada uno. La estrategia dinámica en los precios se presenta a manera de descuentos. En el modelo de ventas que se estudia, el vendedor anuncia el precio de venta inicial y se reserva el precio con descuento, el cual se anuncia en el momento en que inicia el periodo de tiempo de dicho segmento de ventas con descuento. Se definen así dos estrategias de descuento: estrategia de descuento contingente y estrategia de descuento fijo anunciado. En la estrategia de descuento contingente, el vendedor determina el descuento dependiendo del nivel de inventario remanente disponible, es decir que esta política de precios depende de el inventario. Por otro lado, en la estrategia de descuento fijo anunciado, el vendedor define desde el principio un precio Premium que se maneja en el primer segmento del horizonte de ventas y un precio con descuento que es válido a partir del segundo segmento de ventas. En el modelo que se propone, el vendedor es quien anuncia su política de precios, y los compradores se acogen a ella. Para cada una de las políticas de descuentos anteriormente mencionadas se define un sub-juego o sub-problema en el cual su solución corresponde a un equilibrio perfecto de Nash. De lo anterior se deduce que el sub-juego del comprador es único. Estos resultados son comparados con un modelo de referencia en el que los clientes carecen de estrategia de compra y el mercado no presenta segmentaciones en cuanto a precios. Aunque este trabajo plantea un modelo interesante y con algunas características comunes al nuestro, se diferencia de nuestro objetivo debido a que el comportamiento en la dinámica de precios que plantean los autores es descendiente en el tiempo y depende de un inventario.

Zhao & Zheng (2000) plantea un escenario en el cual se tiene una cantidad de productos perecederos en inventario y el objetivo es vender la cantidad total de los productos en un tiempo determinado. La cantidad de clientes se estima con un proceso no homogéneo de poisson que tiene un parámetro λ en función del tiempo restante para la fecha de terminación. Dependiendo del tiempo en el que se realice una venta, se le asigna un precio determinado. Los autores plantean que las decisiones en los precios pueden ser realizadas en cualquier tiempo antes de la venta y el objetivo es maximizar las ganancias. Aunque este artículo está

orientado hacia productos perecederos, hay semejanzas con la oferta de cursos de idiomas ya que una vez cumplida la fecha de inicio de un curso no se pueden matricular más estudiantes. Por otro lado, en se espera tener un comportamiento similar en los precios donde éstos son definidos en función del tiempo faltante para el inicio del curso.

En Rabbani *et al.* (2015) se presenta un modelo de demanda en el que se integran precios dinámicos y el control del inventario de elementos que se deterioran. Se considera no sólo el precio como una función dependiente del tiempo inicial de venta y del descuento, sino también el impacto de los cambios en el precio. También exponen la unicidad de una solución óptima basada en un algoritmo de solución iterativo y en análisis de sensibilidad de los parámetros principales. Además se presenta un estado del arte clasificado en modelos de demanda dependientes del precio, del tiempo y del nivel de inventario.

Biller *et al.* (2005) utiliza el precio dinámico y un modelo de negocio directo con el cliente (Direct-to-Customer), para afrontar el problema de las ventas automotrices en línea. Discuten una estrategia que incorpora precios, horarios de producción y control de inventarios debajo del límite de capacidad. Lo anterior se realiza utilizando un análisis computacional para cuantificar el beneficio y la variabilidad de las ventas, con lo que sólo se darían pequeñas variaciones en los precios.

Levin *et al.* (2009) se centra en mercados oligopolistas que venden productos perecederos en un mercado de clientes estratégicos que tienen conocimiento acerca del comportamiento dinámico del precio y deciden comparar de acuerdo a cada situación puntual. Se propone un modelo dinámico estocástico con el objetivo de maximizar sus ingresos a través de un modelo dinámico-estocástico que se propone. Ésto se realiza a través de un análisis de las implicaciones para las empresas de no tener en cuenta los comportamientos estratégicos de los compradores con respecto al precio dinámico y de la forma en que éstos afectan las ganancias. El modelo estudiado tiene relación con nuestro problema en estudio debido a que analiza las implicaciones de que el cliente conozca la forma en que varía el el precio, lo que ayuda a formular hipótesis acerca de aspectos relacionados con los comportamientos o tendencias de los usuarios.

Rana & Oliveira (2015) mencionan como la interdependencia entre algunos productos hace que la demanda de uno, es afectada por los precios de otros productos. Por esta razón, se recurre al aprendizaje por refuerzo para modelar el precio y hallar un valor óptimo para productos interdependientes perecederos cuando la demanda es de tipo estocástica. Se realiza el análisis del algoritmo del modelo bajo diferentes condiciones. El análisis de los precios dinámicos desde la perspectiva de los cambios en los precios de otros productos podría considerar las relaciones que tienen los precios de las competidores y su influencia con los precios de los servicio en estudio.

En Berk *et al.* (2009) se presenta, a diferencia de otros artículos, factores no despreciables que inciden en los costos, lo que permite una gestión más realista. El objeto del paper es describir un modelo que maximice los ingresos esperados considerando un inventario inicial al determinar dinámicamente los precios

de venta. Utilizan una aproximación algorítmica y capturan la relación precio-demanda. Además de presentar un modelo con un análisis numérico, comparan distintas curvas de demanda en las cuales varían distintos parámetros y la importancia de tener en cuenta estos factores no despreciables.

En Itir Z. Karaesmen & Deniz (2011) ejemplifican como algunos supermercados utilizan estrategias únicas para lidiar con productos perecederos. Dichas estrategias hacen que en muchas compañías ocurran pérdidas millonarias cada año. Se explica que dichos modelos deben tener en cuenta los niveles de inventario, características del producto, mercados y cambios del comportamiento del usuario a través del tiempo. Su modelo se basa en que los niveles de inventario de un producto deben ser controlados según la demanda, suministro y una vida útil finita, y no en la capacidad. Los autores explican que modelar en este ambiente implica que se cumpla al menos una de las siguientes afirmaciones:

- La demanda del producto puede cambiar en el tiempo, ya sea porque envejece o por cambios en el mercado.
- Las decisiones operacionales pueden ser efectuadas más de una vez durante la vida útil del producto.

En el paper se discute en detalle la dirección y perspectivas de investigación futura, muestran un estado del arte con puntos clave y enfatizan en investigaciones potenciales en áreas análogas que contribuyen y que proveen ideas muy útiles para resolver el problema.

Su (2007) desarrolla un modelo de precios dinámicos donde el objetivo central es entender la interacción entre las estrategias de asignación precios de una empresa y las estrategias de compra de los consumidores y el impacto de estas estrategias para la empresa. La política de ventas busca obtener una ganancia máxima para el vendedor y la política de compra busca que los compradores adquieran el bien al menor precio posible. Es decir, se pretende determinar si para el vendedor es mejor subir, bajar o mantener los precios fijos, mientras que para el comprador es importante comprar a un menor precio minimizando el riesgo de que se agote el producto a comprar. El modelo desarrollado por Su (2007) se basa en un monopolio que vende cierta cantidad finita de un producto en un tiempo finito, lo suficientemente corto como para que sean importantes las estrategias de compra y venta. Los compradores en este modelo se clasifican en 4 tipos, los HP,HI,LP,LI donde H hace referencia a los clientes que estarían dispuestos a pagar un precio alto, L a los solo pueden pagar un precio bajo, P son los clientes pacientes que pueden esperar por una mejor oferta, y los clientes I son los impacientes que o compran inmediatamente o simplemente no compran. En este problema se modela la demanda de manera continua y se normaliza la tasa de llegadas de los clientes para que llegue siempre un cliente por unidad de tiempo de tal forma que en un tiempo t se alcanza una masa t de clientes. En cada período de tiempo existen 3 posibilidades: que los clientes compren, que los clientes no compren y se retiren del sistema que los clientes no compren en t y esperen por un mejor precio. Finalmente se encuentra una política óptima en la cual se define el precio del producto para cada etapa, además de la demanda esperada en esa etapa.

Maglaras & Meissner (2006) consideran varias características de modelos de precios dinámicos. Inicialmente, el artículo plantea un modelo para la solución conjunta del problema de precios dinámicos y control de capacidad para una empresa con multi-productos que deben ser consumidos en un tiempo dado y producidos en otro tiempo. Más adelante se plantean funciones de demanda dependiente del precio y de precio dependiendo de la demanda, las cuales son utilizadas en el artículo considerando diverso supuestos, tales como un tiempo discreto. Posteriormente, el artículo combina el problema de control de capacidad con funciones del precio, donde el precio parece depender tanto de la demanda como del inventario. A partir de ahí se hace un análisis del precio fijado usando aproximaciones de fluidos, para lo cual el problema deja de ser discreto y se toma como continuo donde se muestra que un precio constante dependiente de una demanda constante da un resultado óptimo. Finalmente, se presentan tres posibles soluciones basadas en métodos heurísticos, análisis de rendimiento asintótico de la heurísticos de precios y red dinámica de precios.

Adida & Perakis (2010), consideran una gran variedad de modelos para tratar la evolución en el tiempo de la incertidumbre de demanda, para la fijación de precios dinámicos y control de inventarios en un sistema industrial. En él consideran que la demanda depende linealmente del precio y utilizan formulaciones deterministas de bucle cerrado, comparando las aproximaciones robustas y las estocásticas. Al final, concluyen que la aproximación robusta se desempeña bien en términos de beneficios y es computacionalmente manejable.

En el artículo Dasgupta *et al.* (2005), se habla acerca del comercio electrónico de bienes perecederos, donde el representante de ventas ofrece algún producto de corta duración, es decir, con una curva de demanda elástica, a este modelo de mercadeo se le conoce como el de empuje. Además, con cada comprador, se emplea la técnica del algoritmo de máxima devolución, con lo que el proveedor puede obtener beneficios de la negociación y el cliente obtiene la utilidad a un precio razonable. Este modelo tiene en cuenta que el producto a vender tiene una fecha de caducidad con la cual deja de tener utilidad, por lo que el objetivo es ajustar dinámicamente el precio según la curva de demanda del algoritmo de máxima devolución que se usa.

El paper Li & Zhuang (2009) se enfoca en el precio dinámico de los productos unitarios perecederos, sensibles a los riesgos y que siguen tendencias exponenciales atemporales. Además muestran que el precio óptimo está decreciendo sobre el grado de la sensibilidad del riesgo. El modelo desarrollado en este artículo que considera la venta de productos perecederos en pequeños intervalos de tiempo y donde no existen las promociones.

Tsao & Sheen (2008) desarrollan un modelo de precios dinámicos con el objetivo de maximizar la ganancia considerando variaciones en el precio al por menor, el esfuerzo promocional y la cantidad de reposición. Para esto se utiliza una función de demanda dependiente del tiempo y del precio para modelar su relación con el inventario de productos perecederos. Se enfatiza que la política promocional es importante para los ítems perecederos y que la toma de decisión dinámica genera más ganancias que la fija. Este artículo reafirma la importancia de los precios dinámicos a través de un análisis numérico que compara beneficios.

Pierce *et al.* (2015) presentan un modelo de optimización del uso de parqueaderos públicos y como su precio debe depender de la demanda. De acuerdo con un análisis realizado en Estados Unidos se encontró que muchos parqueaderos cobran sin tener en cuenta los beneficios públicos o la economía vigente, esto por pagar deudas de operaciones o servicios. Por eso exponen un caso conceptual de cómo las ciudades deben manejar sus activos para maximizar los beneficios y a la vez tener ingresos estables. Este artículo es un buen ejemplo de como analizar los equilibrios que deben haber entre costos y beneficios, ya que estos deben estar acordes a las circunstancias económicas actuales.

Capítulo 3

Análisis de datos

LA INFORMACIÓN provista por el centro de lenguas de la Universidad Eafit está compuesta por los siguientes rubros:

- *Programa*: indica cuáles son los nichos de mercado a los que apunta la universidad. Entre ellos se encuentran los adolescentes, adolescentes corporativos, adultos, celta, cerrado empleados, cerrados Eafit, diploma course, ejecutivos, empresas, junior, niños y por último corporativo.
- *Nivel*: expone cuáles son los cursos ofrecidos para cada nicho, por ejemplo curso I, II, entre otros.
- *CodCurso*: muestra el código asignado para cada curso. Vale la pena resaltar que la información suministrada presenta únicamente cursos en el idioma inglés.
- *Grupo*: similar a CodCurso, hace referencia a un tipo de código para los distintos cursos del centro de idiomas.
- *Sede*: da a conocer cuáles son las sedes que tiene el centro de lenguas, éstas son Laureles, Ejecutivos, Llano Grande, Belén, Los Balsos, Medellín, Pereira y Bogotá.
- *Fecha Inicio*: fecha en el que una persona comienza un curso específico.
- *Fecha pago matrícula*: fecha en el que es registrado el pago de la matrícula para dicha persona.
- *Número de matriculados*: consiste en el número total de personas que se matricularon para un curso específico en un día determinado.
- *Precio Regular*: es el precio que se paga comúnmente por ver el curso.
- *Valor Pagado*: indica cuál es el valor total recibido por la universidad por cada persona o grupo de personas, no se discrimina cuánto fue el pago por persona ni cuánto fue el descuento ofrecido para el pago del curso.

En primer lugar se procedió a realizar un análisis general de cómo era el comportamiento de las matriculas en los últimos años tanto para cada uno de

Semillero de Investigación SIMAT

TOTAL PERSONAS MATRICULADAS POR SEMESTRE	2010.1	2010.2	2011.1	2011.2	2012.1	2012.2	2013.1	2013.2	2014.1	2014.2	2015.1	Total general
ADOLESCENTES	993	1.009	978	974	1.038	1.056	1.138	1.221	1.280	1.380	1.536	12.603
ADOLESCENTES CORPOR.	22	22	53	57	50	81	95	102	70	82	47	681
ADULTOS	3.575	3.168	3.555	3.430	3.652	3.091	3.565	3.345	3.925	3.855	3.915	39.076
CELTA			28	32	35	33	29	1				158
CERRADO EMPLEADOS							46	90	172	141	184	633
CERRADOS EAFIT	29	39	53	49	44	63	41					318
DIPLOMA COURSE									7	28	7	42
EJECUTIVOS	547	569	555	381	421	403	490	393	340	248	100	4.447
EMPRESAS	745	994	229	856	488	534	507	628	603	501	194	6.279
JUNIOR									78	43	23	144
NINOS	684	651	642	601	709	722	804	857	935	1.004	1.222	8.831
NIÑOS CORPORATIVO	183	203	177	158	174	162	183	168	212	164	126	1.910
Total general	6.778	6.655	6.270	6.538	6.611	6.145	6.898	6.805	7.622	7.446	7.354	75.122

Figura 3.1: Total de personas registradas por curso y semestre (Registro), 2010-2015

los cursos como nichos, y estos fueron los resultados:

Se tiene un total de 75.122 personas registradas para los distintos cursos de inglés entre los periodos de 2010 y 2015 primer semestre. Lastimosamente para los nichos de Adolescentes Corporativos, celta, Cerrado Empleados, Cerrado Eafit, Diploma Course y Junior, se cuenta con muy pocos datos o hay semestres en los que no se posee información alguna. Asimismo, se hizo un resumen general que revelara cómo era el comportamiento de los cursos a través del tiempo para cada nicho.

Sin embargo, nos dimos cuenta que algunas personas a pesar de estar registradas en la base de datos no realizaron el pago respectivo de la liquidación, por tanto para el análisis de datos que se presenta más adelante fueron descartados dichos individuos. A continuación se muestra como es el comportamiento de aquellos que realizaron el pago de la liquidación para cada nicho a lo largo del tiempo:

TOTAL PERSONAS MATRICULADAS POR SEMESTRE	2010.1	2010.2	2011.1	2011.2	2012.1	2012.2	2013.1	2013.2	2014.1	2014.2	2015.1	Total general
ADOLESCENTES	864	887	944	951	1.022	1.039	1.110	1.198	1.251	1.361	1.461	12.088
ADOLESCENTES CORPOR.			1									1
ADULTOS	1.779	1.708	2.171	1.935	2.218	1.820	2.295	2.008	2.719	2.588	2.770	24.011
CELTA								1				1
DIPLOMA COURSE										23	7	30
EJECUTIVOS	102	117	302	186	192	181	184	112	105	104	35	1.620
EMPRESAS				8	11	23	17	6	11	6	3	85
JUNIOR									76	41	23	140
NINOS	603	568	614	583	687	702	774	836	914	975	1.154	8.410
NIÑOS CORPORATIVO								1				1
Total general	3.348	3.281	4.031	3.663	4.130	3.765	4.380	4.162	5.076	5.098	5.453	46.387

Figura 3.2: Total personas matriculadas por curso y semestre (Real), 2010-2015

Como se puede observar en la tabla anterior, debido a la poca cantidad de datos para algunos nichos y para asegurar consistencia a la forma en que están distribuidos los datos se convino en estudiar el comportamiento de los nichos adolescentes, adultos, ejecutivos y niños. De esta manera, el crecimiento progre-

sivo de las matriculas para el centro de lenguas de la universidad se modela en la siguiente gráfica:

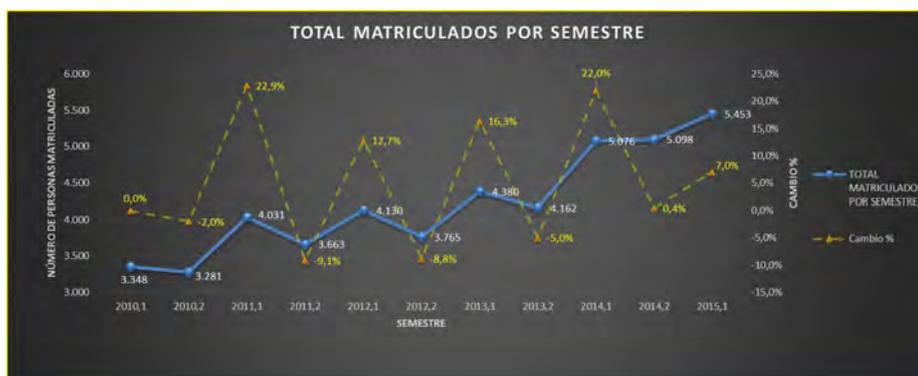


Figura 3.3: Crecimiento del total de personas matriculadas por semestre, 2010-2015

Los principales estadísticos para el total de matriculados por semestre fueron los siguientes:

	PERSONAS MATRICULADAS	CAMBIO %
PROMEDIO	4.217	5,6%
VARIANZA	525.597	2%
DESVIACIÓN ESTANDAR	725	12,3%
MÁXIMO	5.453	22,9%
MÍNIMO	3.281	-9,1%

Figura 3.4: Estadísticos del total de personas matriculadas por semestre, 2010-2015

Puede concluirse que en promedio se matricularon 4.217 personas por semestre en todos los nichos; teniendo la media como punto de referencia, puede decirse que aproximadamente para cada semestre el número de personas matriculadas se encuentra alrededor de más o menos 725; entre los periodos 2010 y 2015 la cantidad máxima de matriculados fue de 5.453 personas y la cantidad mínima fueron 3.281. Con respecto a los cambios porcentuales, en promedio hubo un crecimiento del 5,6% por semestre en todos los nichos; si se tiene el promedio como punto de referencia, cabe decir que aproximadamente para cada semestre hay un aumento o una disminución de los matriculados en un 12,3%; para los periodos comprendidos entre el 2010 y 2015, el máximo crecimiento porcentual que hubo en último lustro fue de un 22,9% y como máximo decrecimiento se obtuvo un 9,1%.

Ahora, uno de los principales objetivos del análisis de datos es entender el comportamiento de las personas frente al pago de la matrícula cuando a éstas se les ofrece un porcentaje de descuento en el pago de la liquidación de su curso de inglés. Primeramente, se quiso observar a grandes rasgos la población que posee algún descuento en dicho pago. En este sentido, el siguiente gráfico muestra la diferencia entre lo que pagó una persona y lo que debió haber pagado.

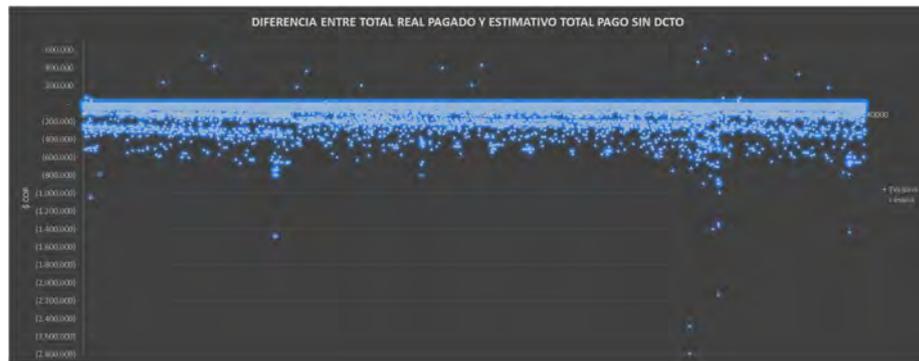


Figura 3.5: Diferencia entre el total real pagado y estimativo total pago sin descuento por persona

Como se puede observar, gran parte de la muestra se encuentra por debajo de los 0 pesos, indicando que dichas personas pagaron menos de los que realmente costaba la matrícula.

Para cada uno de los nichos a estudiar se realizaron los siguientes pasos: se obtuvo el porcentaje de descuento promedio para cada persona, es decir, en la base de datos, cada fila representa una o varias personas que realizan el pago de la liquidación para un respectivo curso, pero el problema es que no se encuentra discriminado cuánto fue lo que pagó cada persona, por lo tanto se promedió el valor del porcentaje de descuento para la cantidad de personas que hubiesen en la respectiva fila; para analizar cómo es el pago de la liquidación por parte de los usuarios se calculó la diferencia entre la fecha de inicio del curso y la fecha en que lo pagó, teniendo como resultado valores positivos— días de pago anticipado—y negativos—días de pago en mora—. Luego de realizar los pasos anteriores, notamos que hubo personas que pagaron con varios meses de anticipación, por lo que se decidió acotar los datos al punto de excluir poco más o menos un 5% de éstos.

Para cada uno de los nichos se asignó mediante el software @Risk una distribución de probabilidad que mejor se ajustara al comportamiento de la diferencia de los días de pago e inicio de clase, la línea roja representa la distribución que mejor se ajusta de acuerdo a estadísticos predeterminados del software y el área azul representa la forma en que se distribuyen los datos de entrada para cada nicho, y estos fueron los resultados:

3.1. Adolescentes:

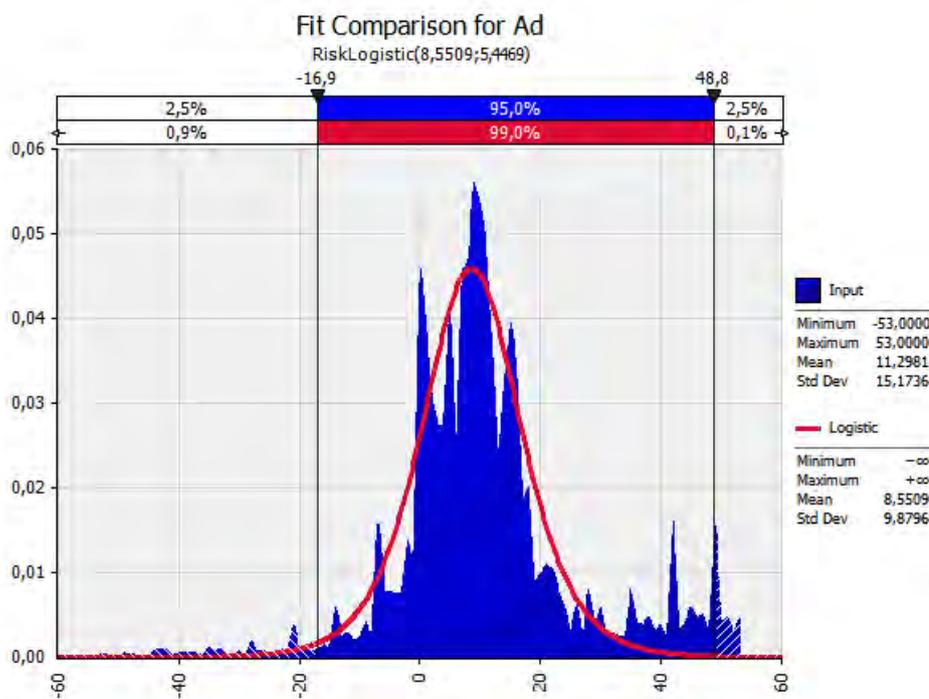


Figura 3.6: Distribución de probabilidad ajustada al nicho adolescente por días

La mejor distribución que se ajusta al nicho adolescentes es una distribución logística con media 8,55 y desviación estándar 9,87. El promedio de los datos de entrada fue 11,29 y su respectiva desviación estándar fue de 15,17. Esto significa, que los adolescentes tienden a pagar los distintos cursos una semana antes de que empiecen los mismos, y alrededor de 15 días más o menos de la media tienden a pagar la mayoría de las personas. Puede notarse que un 95 % de los datos se encuentra entre -16,9 y 48,8 días.

Para los adolescentes se acotó la diferencia de días en ± 53 días, excluyéndose de las 12.088 personas que pagaron unas 497, equivalente a un 4,11 % de la muestra.

3.2. Adultos:

La mejor distribución que se ajusta al nicho adulto es una distribución log-normal con media 5,5 y desviación estándar 8,71. El promedio de los datos de entrada fue 1,9 y su respectiva desviación estándar fue de 7,6. Esto significa, que los adultos tienden a pagar los distintos cursos dos días antes de que empiecen los mismos, y alrededor de 7 días más o menos de la media tienden a pagar la mayoría de las personas. Puede notarse que un 90 % de los datos se encuentra

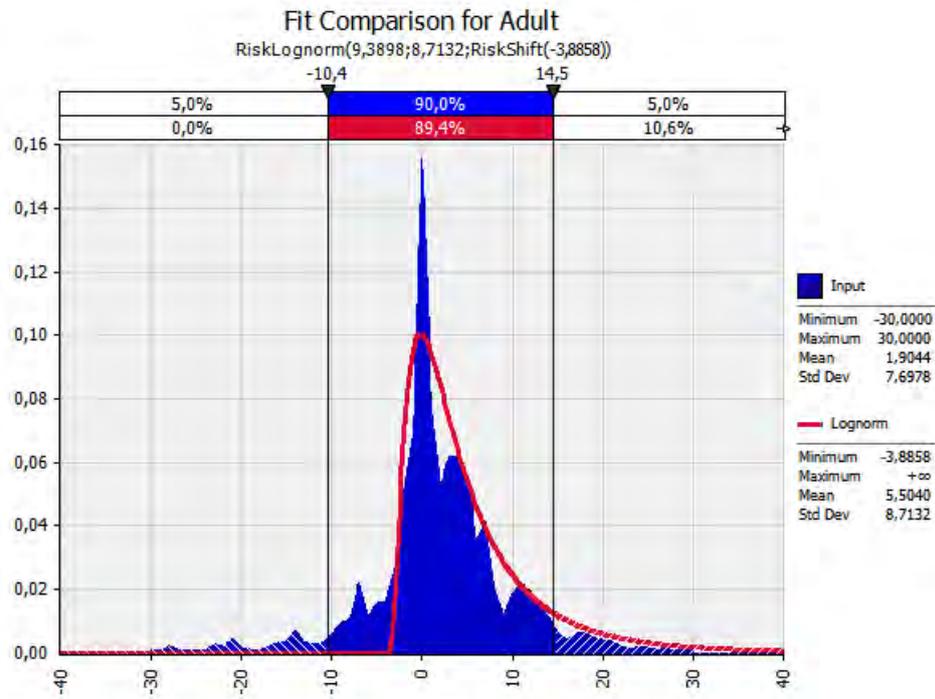


Figura 3.7: Distribución de probabilidad ajustada al nicho adulto por días

entre -10,4 y 14,5 días.

Para los adultos se acotó la diferencia de días en ± 30 días, excluyéndose de las 10.972 personas que pagaron unas 385, equivalente a un 3,509 % de la muestra.

3.3. Ejecutivos:

La mejor distribución que se ajusta al nicho ejecutivo es una distribución exponencial con media 4,86 y desviación estándar 5,86. El promedio de los datos de entrada fue 2,3 y su respectiva desviación estándar fue de 6,9. Esto significa, que los ejecutivos tienden a pagar los distintos cursos dos días antes de que empiecen los mismos, y alrededor de 7 días más o menos de la media tienden a pagar la mayoría de las personas. Puede notarse que un 95 % de los datos se encuentra entre -14,4 y 17,8 días.

Para los ejecutivos se acotó la diferencia de días en ± 30 días, excluyéndose de las 1.620 personas que pagaron unas 36, equivalente a un 2,222 % de la muestra.

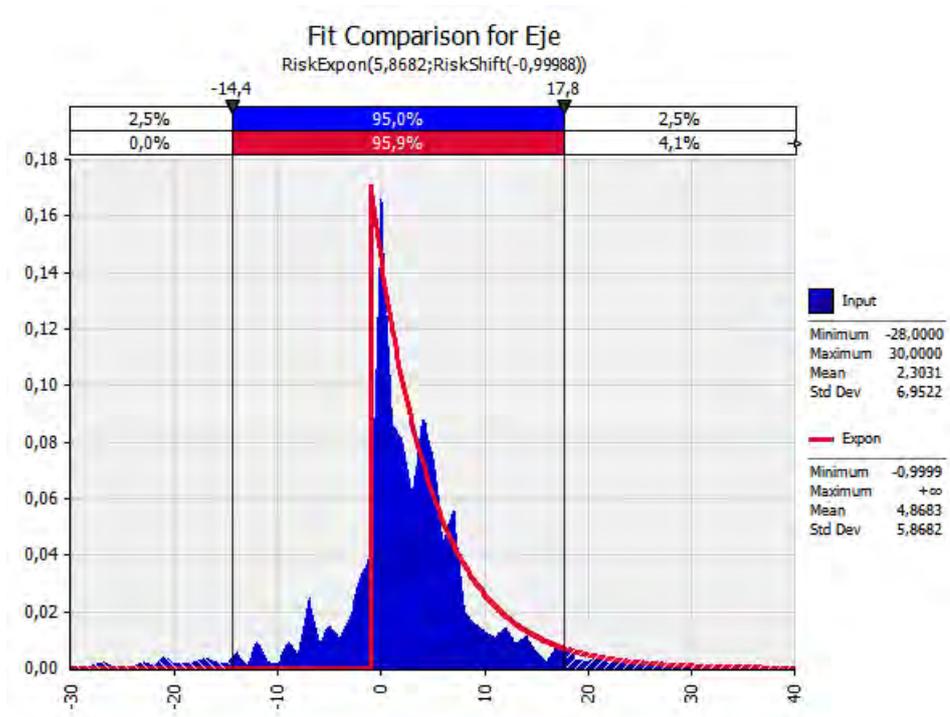


Figura 3.8: Distribución de probabilidad ajustada al nicho ejecutivos por días

3.4. Niños:

La mejor distribución que se ajusta al nicho niños es una distribución logística con media 8,53 y desviación estándar 10,3. El promedio de los datos de entrada fue 11,04 y su respectiva desviación estándar fue de 15,4. Esto significa, que los niños tienden a pagar los distintos cursos once días antes de que empiecen los mismos, y alrededor de 15 días más o menos de la media tienden a pagar la mayoría de las personas. Puede notarse que un 90 % de los datos se encuentra entre -9,4 y 44,1 días.

Para los niños se acotó la diferencia de días en ± 53 días, excluyéndose de las 8.410 personas que pagaron unas 396, equivalente a un 4,709 % de la muestra.

Vale la pena resaltar que no existe para los anteriores nichos una tendencia de pagar los cursos alrededor de la “quincena”, puesto que de acuerdo con los cálculos, entre un 30 % y 40 % de las personas pagan los niveles por estas fechas, siendo esta cifra algo que no se esperaba como tal. Igualmente, comprobamos que no existe un día de la semana en particular en el que las personas prefirieran hacer el pago de la respectiva liquidación, inclusive en el día domingo se realiza este tipo de operaciones ya sea por medios electrónicos. El comportamiento es bastante uniforme como se muestra en la siguiente gráfica, tomando para este ejemplo el nicho de los niños.

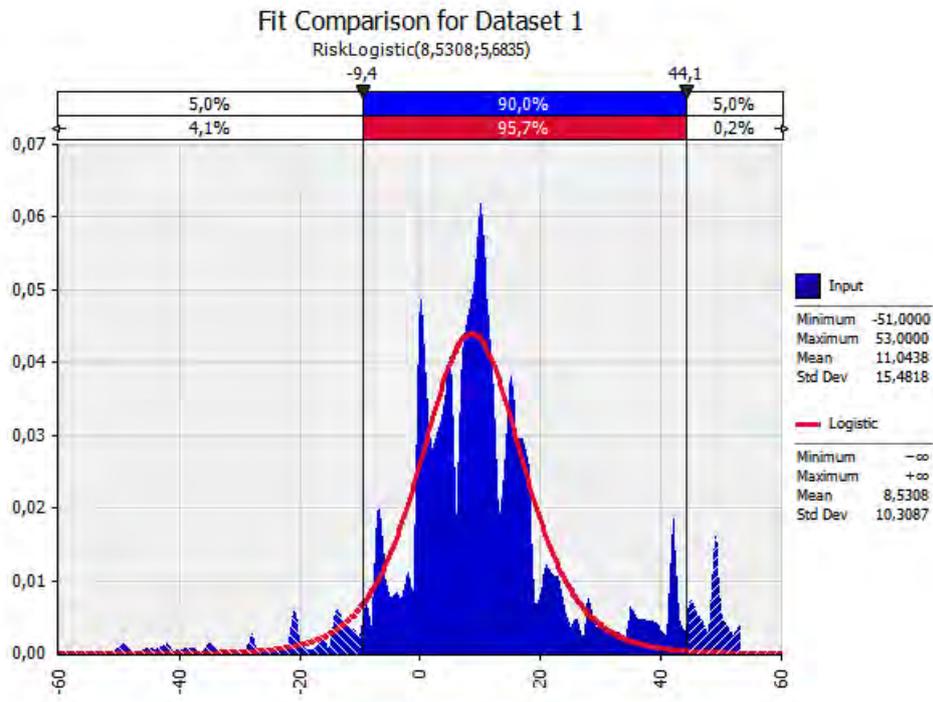


Figura 3.9: Distribución de probabilidad ajustada al nicho niño por días



Figura 3.10: Histograma de días de la semana en que hubo pago

Por otro lado, aún no sabemos cómo es el comportamiento promedio de las personas que tienen descuento, ¿acaso pagan con mayor anterioridad a aquellas que no poseen descuento alguno? O, ¿verdaderamente no les importa el día para

realizar el pago a sabiendas que ya son acreedores de tal descuento?

Para dar solución a dicha pregunta, tomamos el nicho de los niños y combinamos lo que es el pago de la matricula indicando su respectivo descuento y la diferencia de días del inicio del curso y el día en que se realizó el pago. Estos fueron los resultados:

Parece ser que no existe una tendencia entre ambas variables, no hay un agrupamiento entre los datos tal que se permita concluir algo sobre la relación que existe entre ambos tópicos, es como si las personas no prefirieran pagar más rápido su liquidación al tener ésta algún tipo de descuento. En pocas palabras, al ser fijo el descuento, es decir, que es independiente al momento en que se realiza el pago, no causa en las personas una pronta reacción a pagar la liquidación.



Figura 3.11: Descuento otorgado VS diferencia de días pago e inicio de los cursos para el nicho niños

Por otro lado, al ver que la forma de la distribución de probabilidad de los nichos era bastante “ruidosa”, para suavizar dicho comportamiento se decidió agrupar por semanas la diferencia entre el día de inicio y el día del pago.

Por ejemplo, si una persona paga 5 días antes del inicio del curso todavía no ha transcurrido una semana completa (7 días), por lo tanto se le asignará un valor de 0 para dicho día.

La siguiente tabla muestra un resumen de cómo se realiza el agrupamiento:

El análisis descrito para las anteriores distribuciones por días son totalmente válidos para este nuevo tipo de estudio, lo único que se altera es la forma en que se interpretan los resultados, no es por días sino por semanas. Así quedaron las distribuciones:

INTERVALO DÍAS		SEMANAS
-112	-105	-16
-105	-98	-15
-98	-91	-14
-91	-84	-13
-84	-77	-12
-77	-70	-11
-70	-63	-10
-63	-56	-9
-56	-49	-8
-49	-42	-7
-42	-35	-6
-35	-28	-5
-28	-21	-4
-21	-14	-3
-14	-7	-2
-7	0	-1
0	7	0
7	14	1
14	21	2
21	28	3
28	35	4
35	42	5
42	49	6
49	56	7
56	63	8
63	70	9
70	77	10
77	84	11
84	91	12
91	98	13
98	105	14
105	112	15
112	119	16

Figura 3.12: Tabla para la clasificación de días a semanas

3.5. Adolescentes:

La mejor distribución que se ajusta al nicho adolescente es una distribución logística con media 0,822 y desviación estándar 1,39. El promedio de los datos de entrada fue 1,19 y su respectiva desviación estándar fue de 2,07. Esto significa, que los adolescentes tienden a pagar los distintos cursos una semana antes de que empiecen los mismos, y alrededor de dos semanas más o menos de la media tienden a pagar la mayoría de las personas. Puede notarse que un 95% de los datos se encuentra entre -2,64 y 6,31 semanas.

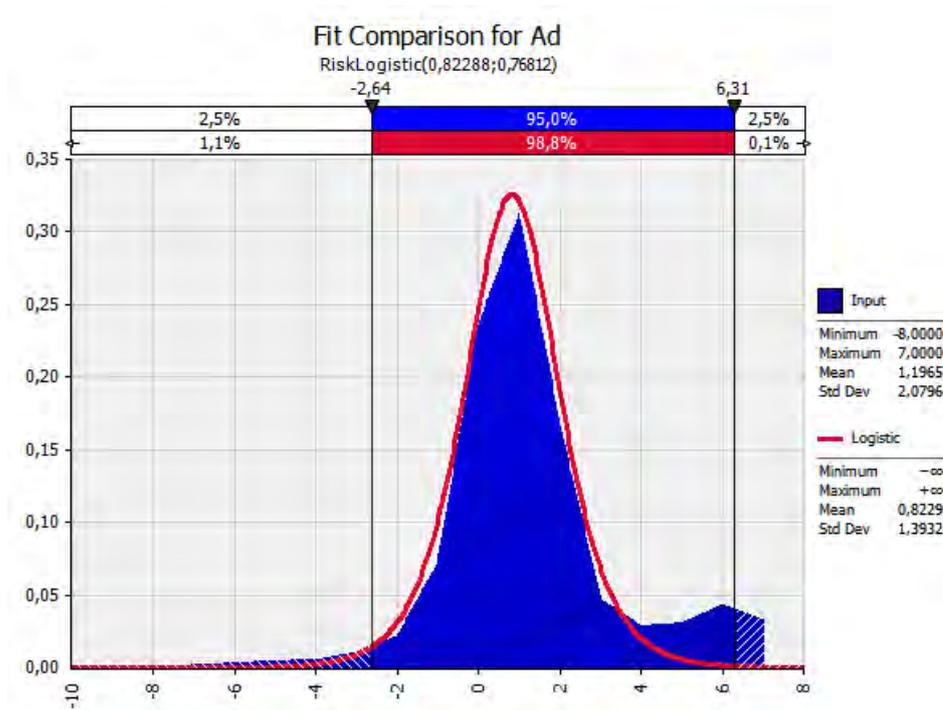


Figura 3.13: Distribución de probabilidad ajustada al nicho adolescente por semana

3.6. Adultos:

La mejor distribución que se ajusta al nicho adulto es una distribución logística con media -0,09 y desviación estándar 0,88. El promedio de los datos de entrada fue -0,12 y su respectiva desviación estándar fue de 1,17. Esto significa, que los adultos tienden a pagar los distintos cursos en la misma semana en que empiezan éstos, y alrededor de una semana más o menos de la media tienden a pagar la mayoría de las personas. Puede notarse que un 90% de los datos se encuentra entre -2,07 y 1,78 semanas.

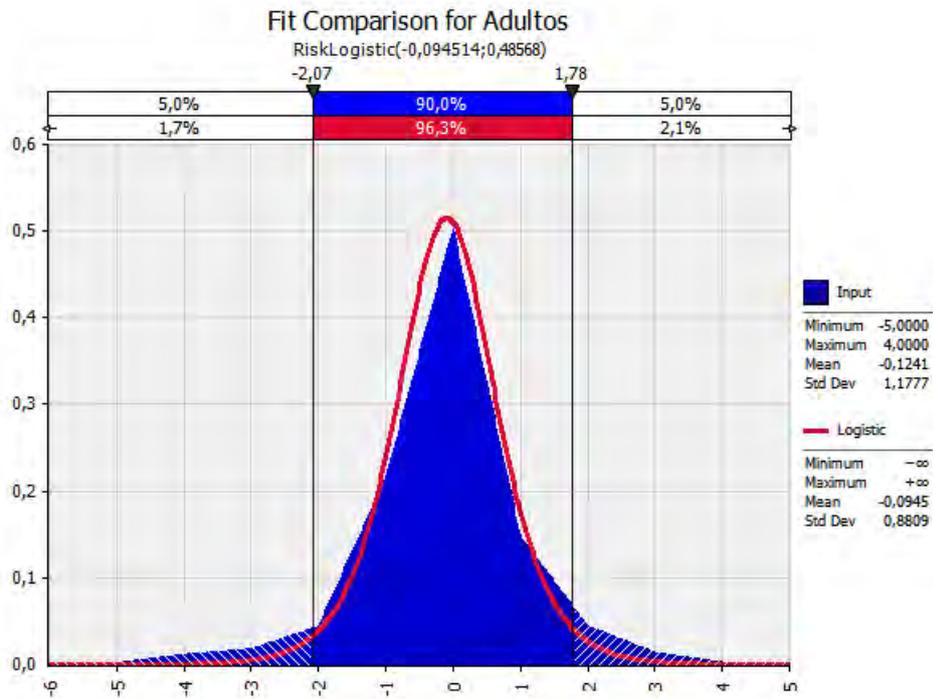


Figura 3.14: Distribución de probabilidad ajustada al nicho adulto por semana

3.7. Ejecutivos:

La mejor distribución que se ajusta al nicho ejecutivo es una distribución Pearson5 con media 0,0146 y desviación estándar 0,7. El promedio de los datos de entrada fue -0,018 y su respectiva desviación estándar fue de 1,03. Esto significa, que los ejecutivos tienden a pagar los distintos cursos en la misma semana en que empiezan éstos, y alrededor de una semana más o menos de la media tienden a pagar la mayoría de las personas. Puede notarse que un 95% de los datos se encuentra entre -2,4 y 2,23 semanas.

3.8. Niños:

La mejor distribución que se ajusta al nicho niño es una distribución logística con media 0,815 y desviación estándar 1,42. El promedio de los datos de entrada fue 1,17 y su respectiva desviación estándar fue de 2,1. Esto significa, que los niños tienden a pagar los distintos cursos una semana antes de que empiecen los mismos, y alrededor de dos semanas más o menos de la media tienden a pagar la mayoría de las personas. Puede notarse que un 90% de los datos se encuentra entre -1,74 y 5,75 semanas.

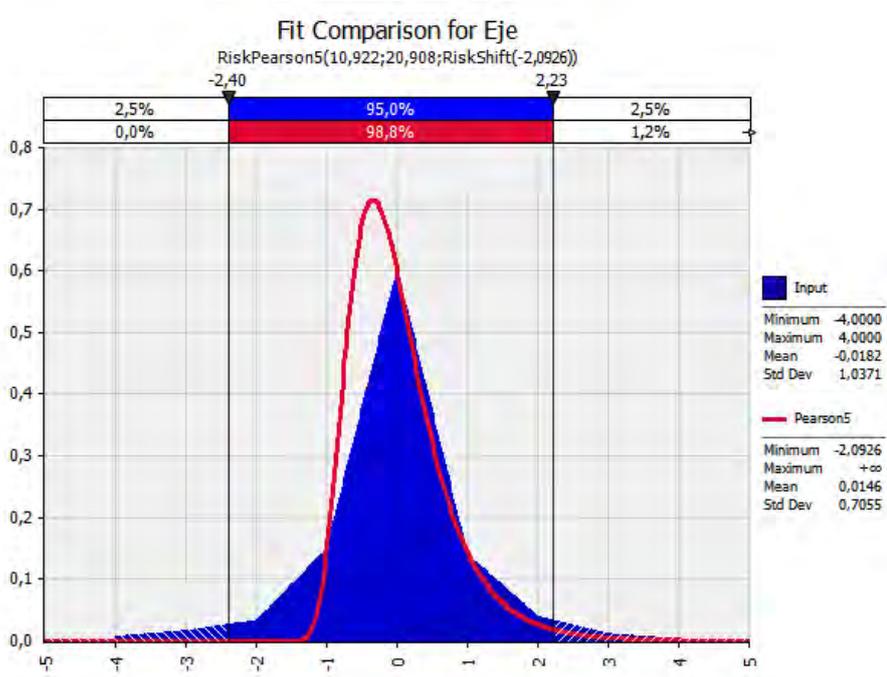


Figura 3.15: Distribución de probabilidad ajustada al nicho ejecutivo por semana

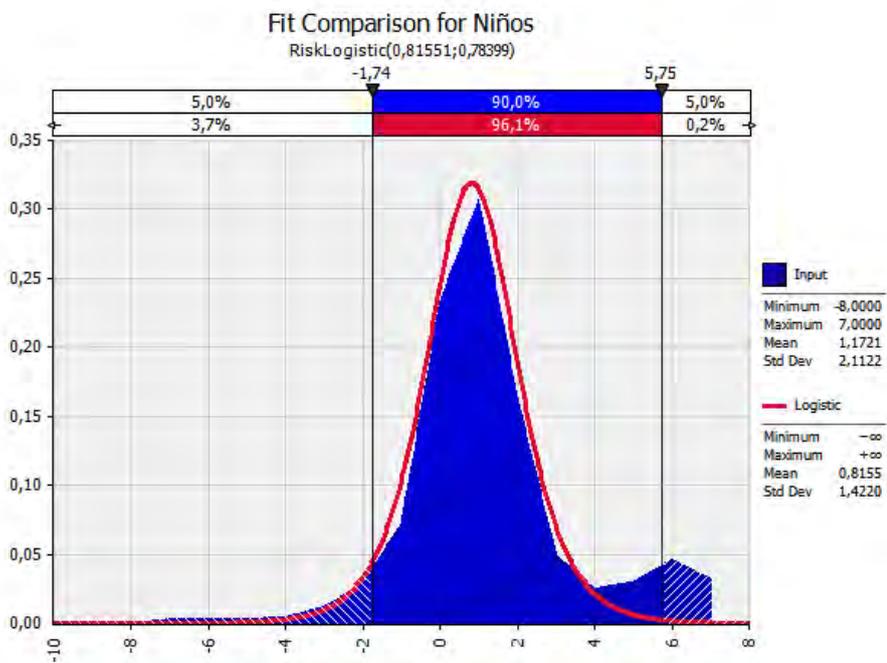


Figura 3.16: Distribución de probabilidad ajustada al nicho niño por semana

Capítulo 4

Modelo de optimización

En este capítulo se presenta un modelo de optimización para determinar el descuento óptimo que se debe ofrecer a los clientes que pagan la matrícula en el centro de idiomas y la fecha límite óptima de dicho descuento.

4.1. Descripción del modelo matemático

En el problema a resolver se tiene un periodo de tiempo en el que los estudiantes se pueden matricular a los cursos. Por simplicidad, este periodo se divide en dos periodos: el primer periodo transcurre entre el inicio de la oferta de los cursos ($t = 0$) y una fecha denominada F_1 . Durante este primer periodo los estudiantes matriculados pagan el precio p_1 . El segundo periodo transcurre entre la fecha F_1 y la fecha límite para el pago del curso, la cual en algunos casos coincide con el inicio del curso, y se denomina F_2 . Durante este segundo periodo los estudiantes matriculados pagan el precio p_2 .

Para el sistema en estudio se ha supuesto que $p_1 \leq p_2$, ya que en el caso contrario los estudiantes preferirían esperar siempre hasta el segundo periodo para pagar la matrícula, lo cual se convierte en un efecto indeseable. Debido a lo anterior y para simplificar el análisis de los resultados se define el precio $p_2 = p$ como el precio regular de los cursos y $p_1 = p - \Delta_p$ el precio con la aplicación de un descuento Δ_p .

Cada curso tiene un cupo límite de estudiantes C , el cual es definido por el centro de idiomas de acuerdo a criterios pedagógicos. En la sección de resultados se analiza el caso especial en el que no hay cupo límite ($C = \infty$). Este último caso se utiliza para analizar el comportamiento del modelo en condiciones límite y para estudiar la posibilidad de abrir nuevos grupos cuando el número de estudiantes matriculados y los costos presenten condiciones convenientes. Se puede pensar en una capacidad infinita como la posibilidad de abrir múltiples grupos

Finalmente, se asume que las tasas de matrículas, m_1 y m_2 , en cada periodo respectivamente son funciones decrecientes que dependen del precio en el respectivo periodo. Debido a la falta de datos para estimar la forma y parámetros de estas funciones, en la sección de resultados se analizan diferentes hipótesis

sobre estas funciones y se realiza un análisis de sensibilidad sobre sus parámetros.

Teniendo en cuenta la información anterior, durante el primer intervalo de tiempo, entre el inicio de apertura de matrículas y la fecha F_1 , se puede calcular el número de estudiantes matriculados como:

$$m_1(p - \Delta_p) \cdot F_1$$

No obstante, el número de estudiantes matriculados durante dicho periodo de tiempo debe ser menor o igual al número de cupos disponibles C . Así, el ingreso debido a los estudiantes matriculados durante este periodo se expresa como:

$$\min\{m_1(p - \Delta_p) \cdot F_1, C\} \cdot (p - \Delta_p)$$

Similarmente, para el periodo de tiempo entre las fechas F_1 y F_2 el número de estudiantes matriculados se calcula como:

$$m_2(p) \cdot (F_2 - F_1)$$

y, debido al número limitado de cupos disponibles, dicho valor debe ser inferior a los cupos disponibles C menos el número de estudiantes matriculados en el primer periodo, así:

$$\min\{m_2(p) \cdot (F_2 - F_1), C - \min\{m_1(p - \Delta_p) \cdot F_1, C\}\}$$

Ahora el ingreso total Z a maximizar se puede calcular utilizando la Ecuación (4.1).

$$Z = \min\{m_1(p - \Delta_p) \cdot F_1, C\} \cdot (p - \Delta_p) + \min\{m_2(p) \cdot (F_2 - F_1), C - \min\{m_1(p - \Delta_p) \cdot F_1, C\}\} \cdot p \quad (4.1)$$

El problema de optimización descrito por la Ecuación (4.1) puede ser expresado como un problema de optimización definido por tramos para facilitar la obtención de puntos críticos y hallar los puntos óptimos locales y globales. El Modelo (4.2) resume dicho problema de optimización. El adelante las funciones $m_1(p - \Delta_p)$ y $m_2(p)$ utilizadas en la Ecuación (4.1) se denotarán m_1 y m_2 por simplicidad.

$$Z = \begin{cases} C \cdot (p - \Delta_p) & \text{si } C - m_1 \cdot F_1 < 0 \\ C \cdot p - m_1 \cdot F_1 \cdot \Delta_p & \text{si } 0 \leq C - m_1 \cdot F_1 < m_2 \cdot (F_2 - F_1) \\ m_1 \cdot F_1 \cdot (p - \Delta_p) + m_2 \cdot (F_2 - F_1) \cdot p & \text{si } m_2 \cdot (F_2 - F_1) \leq C - m_1 \cdot F_1 \end{cases} \quad (4.2)$$

Luego de un análisis de cada ecuación en el modelo (4.2), se puede determinar que la función Z no es convexa en ninguno de sus intervalos. Por lo tanto el problema de optimización debe ser resuelto de manera numérica utilizando los datos proporcionados por el centro de idiomas y el análisis de datos en el Capítulo 3.

4.2. Supuestos y datos de entrada del modelo

Como se mencionó anteriormente, el valor de la capacidad o número máximo de estudiantes por curso C es determinado por razones pedagógicas. De acuerdo al nivel del curso, el centro de idiomas de la Universidad Eafit fija este límite entre 10 y 14 estudiantes por salón. Para este estudio se toma el valor intermedio $C = 12$ para realizar los ejemplos numéricos.

El precio de los cursos p , el descuento Δ_p y las fechas F_1 y F_2 son variables de decisión, cuyos rangos están acotados como se presenta a continuación:

- El intervalo para p está basado en los precios reales utilizados actualmente por el centro de idiomas para los cursos de inglés. Éstos varían entre \$423.000 pesos y \$783.000 pesos dependiendo del curso. Debido a que la demanda es elástica, es decir, ésta disminuye con el aumento de los precios y biceversa, en la sección de resultados se presentan pruebas computacionales sin límite superior. Adicionalmente se presentan resultados considerando el precio como una variable discreta múltiplo de \$1.000.
- El intervalo para Δ_p se establece considerando un mínimo de cero ($\Delta_p = 0$), el cual indica que no se presenta descuento, y un máximo igual al precio p ($\Delta_p = p$), indicando un precio final igual a cero o, de manera equivalente, un descuento del 100% del precio. Este último caso es un extremo poco realista, pero sirve para la validación del modelo.
- Las variables de decisión relativas a las fechas, F_1 y F_2 , toman valores enteros y están dadas en días. Dichas variables varían así: $0 \leq F_1 \leq 42$ y $0 \leq F_2 \leq 42$, siendo el día cero aquel en el cual comienza el periodo de matrículas y pagos. Los intervalos de variación de los días son tomados arbitrariamente a partir de lo que se considera razonable para un periodo de pago en este tipo de cursos.

En la siguiente sección se presenta el análisis de las funciones que representan la elasticidad de la demanda.

4.3. Funciones de demanda

Una vez definidas las variables de decisión y sus intervalos, se procede a determinar las tasas de matrícula m_1 y m_2 . Como fue mencionado al comienzo del capítulo, dichas funciones son decrecientes respecto al precio. Sin embargo, debido a la falta de datos que permitan analizar el comportamiento de la demanda ante cambios en el precio y a que no se encuentra dentro de los objetivos propuestos para este proyecto, se estudian las hipótesis que se presentan a continuación sobre dicho comportamiento sin validaciones con datos reales.

4.3.1. Relación lineal

En este caso la tasa de matrículas decrece linealmente con el precio de los cursos. Dicha relación se puede expresar mediante la ecuación (4.3).

$$m = a \cdot p + b \quad (4.3)$$

En la Ecuación (4.3) la variable m representa las tasas de matrícula m_1 y m_2 , el intercepto b indica la tasa de matrículas si el precio es cero ($p = 0$), y la pendiente a representa la disminución en la tasa de matrículas ante un aumento en el precio p , donde $a < 0$.

Para estimar los valores de a y b se recurrió a las tasas de matrícula con los precios actuales (*punto 1*) y a un valor hipotético del precio para el cuál la tasa de matrículas es igual a cero (*punto 2*). Así para cada punto se puede igualar el número esperado de matrículas $n = m \cdot F$ con su respectiva ecuación, siendo F la longitud del periodo de matrículas.

$$n = m \cdot F = (a \cdot p + b) \cdot F \quad (4.4)$$

Así, para cada punto i (n_i, p_i), se puede despejar a y b . Los valores utilizados para calcular a y b fueron los siguientes:

- *punto 1*: número esperado de matrículas: 9,3 y precio: \$552.000.
- *punto 2*: número esperado de matrículas: 0 y precio: \$900.000.

Reemplazando en la ecuación (4.4) y asumiendo que $F = 42$ se tiene:

$$9,3 = (a \cdot 552,000 + b) \cdot 42 \quad (4.5)$$

$$0 = (a \cdot 900,000 + b) \cdot 42 \quad (4.6)$$

Finalmente, se despejan los valores de a y b ,

$$a = \frac{9,3}{-342,000 \cdot 42} = -0,000000647 \quad (4.7)$$

$$b = -900,000 \cdot a = 0,583 \quad (4.8)$$

Reemplazando a y b en la ecuación (4.3) se obtiene:

$$m = -0,000000647 \cdot p + 0,583 \quad (4.9)$$

4.3.2. Relación cuadrática

En este caso la tasa de matrículas decrece de manera más acelerada cuando el precio se encuentra cerca del valor mínimo. Dicho comportamiento se expresa mediante una relación cuadrática, la cual puede expresarse mediante las ecuaciones (4.10) y (4.11).

$$m = a \cdot p^2 + b \cdot p + c \quad (4.10)$$

$$m \cdot F = (a \cdot p^2 + b \cdot p + c) \cdot F \quad (4.11)$$

Similamente al procedimiento realizado para la relación lineal, se utilizaron tres puntos para despejar los valores de a , b y c . Los dos primeros puntos son

los mismos utilizados anteriormente para la relación lineal, y el tercer punto con precio igual a \$650.000 y 6 estudiantes matriculados representa un punto intermedio para un precio entre \$552.000 y \$900.000. Como se mencionó anteriormente, debido a la falta de datos para calcular la curva de demanda, el punto anterior se determinó hipotéticamente de manera que representara un comportamiento razonable. Vale la pena rescatar que teniendo los datos adecuados se podría realizar un procedimiento similar para hallar una curva que represente mejor el comportamiento real de la demanda.

Ahora, para cada punto i (n_i, p_i), se puede despejar a , b y c reemplazando en la ecuación (4.11).

$$9,3 = (a \cdot 552,000^2 + b \cdot 552,000 + c) \cdot 42 \quad (4.12)$$

$$0 = (a \cdot 900,000^2 + b \cdot 900,000 + c) \cdot 42 \quad (4.13)$$

$$6 = (a \cdot 650,000^2 + b \cdot 650,000 + c) \cdot 42 \quad (4.14)$$

Finalmente, se despejan los valores de a , b y c . Para este procedimiento se utilizó la herramienta Solver de Microsoft Excel.

$$a = 6,62 \times 10^{-13} \quad (4.15)$$

$$b = -1,60 \times 10^{-6} \quad (4.16)$$

$$c = 0,901 \quad (4.17)$$

Reemplazando a , b y c en la ecuación (4.10) se obtiene:

$$m = 6,62 \times 10^{-13} \cdot p^2 - 1,60 \times 10^{-6} \cdot p + 0,901 \quad (4.18)$$

4.3.3. Relación exponencial

En este caso la tasa de matrículas decrece de manera acelerada con un comportamiento asintótico. Dicho comportamiento se expresa mediante una relación exponencial, la cual puede expresarse mediante las ecuaciones (4.19) y (4.20).

$$m = \alpha \cdot e^{-\beta \cdot p} + \gamma \quad (4.19)$$

$$m \cdot F = (\alpha \cdot e^{-\beta \cdot p} + \gamma) \cdot F \quad (4.20)$$

Similamente al procedimiento realizado para las relaciones lineal y cuadrática, se utilizaron los tres puntos usados en la sección anterior para despejar los valores de α , β y γ . Nuevamente, cabe notar que debido a la falta de datos para calcular la curva de demanda, los datos empleados se determinaron hipotéticamente de manera que representaran un comportamiento razonable.

Se pueden usar los tres puntos i (n_i, p_i) para despejar α , β y γ . Sin embargo, para dicho fin se deben escalar los precios debido a que sus unidades (peso colombiano) y consecuentes altos valores producen errores de redondeo al

reemplazar en las ecuaciones.

Para escalar los precios se usa una relación lineal que permita transformar los precios reales del intervalo (500.000, 900.000) a un intervalo con valores más cercanos a cero. En este estudio se usa el intervalo (0,100). Así, al aplicar dicha relación lineal el valor \$552.000 se convierte en 13, el valor \$900.000 pasa a ser 100, y el valor \$650.000 es representado por el 37,5.

Ahora, reemplazando en la ecuación (4.20) utilizando los precios escalados se obtiene:

$$9,3 = (\alpha \cdot e^{-\beta \cdot 13} + \gamma) \cdot 42 \quad (4.21)$$

$$0 = (\alpha \cdot e^{-\beta \cdot 100} + \gamma) \cdot 42 \quad (4.22)$$

$$6 = (\alpha \cdot e^{-\beta \cdot 37,5} + \gamma) \cdot 42 \quad (4.23)$$

Finalmente, se despejan los valores de α , β y γ . Al igual que en el caso anterior, se utilizó la herramienta Solver de Microsoft Excel para realizar este procedimiento.

$$\alpha = 20,6 \quad (4.24)$$

$$\beta = 0,008 \quad (4.25)$$

$$\gamma = -9,26 \quad (4.26)$$

Reemplazando α , β y γ en la ecuación (4.19) se obtiene:

$$m = 20,6 \cdot e^{-0,008 \cdot p} - 9,26 \quad (4.27)$$

4.4. Experimentación computacional

En esta sección se presentan los resultados computacionales utilizando los datos numéricos descritos en las secciones anteriores. Para mayor claridad en el análisis esta sección se divide en seis subsecciones: una para cada tipo de función utilizada para calcular la tasa de matrículas, una subsección en la que se considera capacidad ilimitada en el número de estudiante matriculados, una subsección considerando límite superior infinito para el precio y una subsección en la que el precio se considera una variable entera múltiplo de \$1.000.

Los experimentos fueron realizados en un computador con procesador Intel i5, 3,1GHz, 4GB de memoria ram, con sistema operativo Windows 7 Professional. El modelo fue implementado y solucionado usando Solver de Microsoft Excel 2013.

4.4.1. Resultados con demanda elástica lineal

Capítulo 5

Simulación

Se busca analizar y observar el comportamiento que tienen los clientes del Centro de Idioma de la Universidad EAFIT implementando precios dinámicos. Para ello, se realizó una simulación basada en agentes utilizando la herramienta *Java Repast Symphony*.

La idea esencial del modelo de simulación se basa en una segmentación del mercado en diferentes partes de acuerdo con el tiempo de anticipación en relación al momento en el que comienza el curso seleccionado. De esta forma, los ingresos obtenidos por el centro de idiomas dependen de las segmentaciones, sus correspondientes precios de venta, la demanda de cada segmento y las características de los clientes.

5.1. Descripción del modelo

En general, se crea un contexto que contiene cierto número de clientes, los cuales se movilizan en el espacio (grid), y una cantidad de segmentos en representación de los diferentes precios de cada segmento. Cada segmento tiene cierta cantidad de cupos disponibles que dependen de la cantidad total de cupos ofrecidos para el curso (capacidad del curso) y del tiempo en el cual se encuentra disponible el segmento. El proceso de matrícula ocurre cuando se abre un segmento, durante el cual cada uno de los clientes evalúa si puede o no matricularse dependiendo de sus características individuales.

De lo anterior tenemos que:

$$\sum_{i=1}^n CapacidadSegmento_i = Capacidad\ total\ del\ curso \quad (5.1)$$

donde n es el número de segmentos.

La característica de este modelo es que sólo un segmento estará disponible a la vez, y si al momento de un cliente matricularse en cierto segmento éste ya no tiene capacidad, el cliente no se podrá matricular. Se busca implementar dos escenarios para mirar el comportamiento de los clientes cuando varía el número

de segmentos que se abren y la distribución bajo la cual se rige la ocurrencia de tomar el curso en cierto segmento.

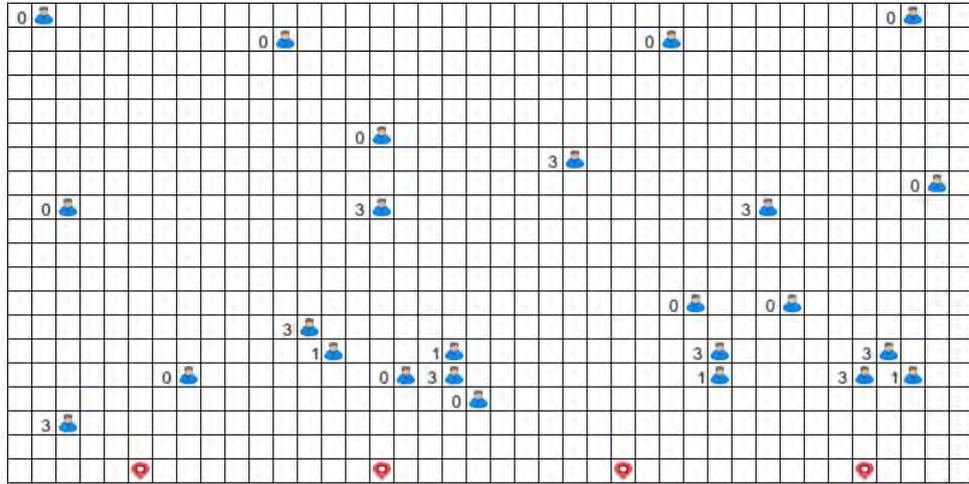


Figura 5.1: Vista de la Simulación en el tiempo inicial ($t=0$)

Para el desarrollo del modelo, se generaron las siguientes clases en Repast Simphony: Demanda, Oferta, PonerPrecio, Escenarios y Contexto. A continuación, se presenta explicación de cada una de las clases mencionadas anteriormente, exceptuando Contexto.

Demanda:

La clase Demanda es una implementación de la clase Agentes. Las instancias correspondientes a esta clase se conocerán como los clientes, los cuales pretenden matricularse en un respectivo curso de inglés, teniendo como parámetros fundamentales el segmento en el cual se deben matricular j (int) $mejorOferta_{ij}$ y la necesidad de ingresar al curso i (boolean) $loNecesita_{ij}$; este último es de gran importancia a la hora de determinar las utilidades totales en el caso de que no se efectuaran descuentos (ver la ecuación en la parte inferior).

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m Precio_i * Cliente.loNecesita_{ij} = \text{Utilidad total sin descuentos} \quad (5.2)$$

Donde n es número de segmentos, m es el número de clientes matriculados en un segmento i y $Cliente.loNecesita$ hace referencia a la instancia de tipo Demanda que tiene por parámetro $loNecesita==true$.

Para determinar el valor de verdad de $loNecesita$, se parte de la siguiente suposición: Sea X la variable aleatoria binomial que modela la prioridad que tiene un cliente en inscribirse al curso y con probabilidad de éxito $P=0.7$. Para la

suposición se tomó en cuenta que el ingles es un idioma de suma importancia actualmente y un requisito, por lo general, en la vida laboral.

Lo anterior, se modela así:

```
if(Math.random() < 0.7) this.loNecesita = true;
else this.loNecesita = false;
```

Junto con los dos anteriores, cabe mencionar atributos como (boolean) matriculado, (int) tickMatriculado que hace referencia al turno de matricula dentro del segmento que le corresponde y (int) mejorOfertaOriginal que permite mirar el movimiento de los clientes cuando se permite flexibilidad de pago, que se utilizan en el método matricularse.

A continuación, se muestran los métodos más relevantes de la clase Demanda:

```
/**
 * Modela el proceso de matricula
 */
@ScheduledMethod(start= 1, interval= 1)
public void matricularse(){

    time = repast.simphony.engine.environment.RunEnvironment.
    getInstance().getCurrentSchedule().getTickCount();

    //Evalua que no se encuentre matriculado y si sea su turno
    if(this.isMatriculado()==false && time==this.getTickMatriculado()){
        Oferta segmento = null;
        if(ofertas.size()==0) ofertasList();
        int aux = (int)time/intervalo;
        if (aux<ofertas.size()) segmento = ofertas.get(aux);
        if (segmento!=null) segmento.setAbierto(true);

        //
        if(escenario.escenario(segmento, this)){
            //Evalua que el segmento posea cupos disponibles
            if(segmento.getCapacidad(>segmento.getNumMatriculados()){
                this.setMatriculado(true);
                segmento.addMatriculado(this);
                GridPoint pt = grid.getLocation(segmento);
                int x = pt.getX();
                int y = segmento.getNuevaPosicion();
                grid.moveTo(this, x, y);
                segmento.setNuevaPosicion(y+1);
            } else {
                /*
                 *Determina si, segun el escenario elegido, puede
                 *inscribirse en el siguiente segmento
                 */
            }
        }
    }
}
```

```
        if(escenario.tipoEscenario(this, this.loNecesita)){
            this.mejorOferta = this.getOferta()+1;
            this.setTickMatriculado(ofertas.size());
        }
    }
    if (segmento!=null) segmento.setAbierto(false);
}
}
//Evalua, al final de la corrida, que clientes se perdieron
if(time == tiempoCorrida){
    if(!this.isMatriculado() && !this.clientePerdido()){
        for(int i = 0; i< ofertas.size(); i++){
            if( i == this.getMejorOfertaOriginal()){
                ofertas.get(i).getNoMatriculados().add(this);
                ofertas.get(i).setPerdidaSegmento();
            }
        }
        this.setClientePerdido(true);
    }
}
}

/**
 * Retorna un arreglo con las ofertas existentes en el contexto
 */
public void ofertasList(){
    Oferta oferta = null;
    Context context = ContextUtils.getContext(this);
    for (Object o : context.getObjects(Oferta.class)) {
        oferta= (Oferta) o;
        ofertas.add(oferta);
    }
}

/**
 * Determina el turno que le toca para matricularse dentro del segmento
 *que le corresponde
 * @param numSegmentos
 */
public void setTickMatriculado(int numSegmentos) {
    int tiempoIntervalo = (int) (tiempoCorrida/numSegmentos) ;
    this.intervalo = tiempoIntervalo;
    this.tickMatriculado = RandomHelper.nextIntFromTo(
        tiempoIntervalo*this.getOferta()+1,
        tiempoIntervalo*(this.getOferta()+1)-1);
}
```

Donde mejorOfertaOriginal es el segmento correspondiente a cada cliente, se modela por medio de distribuciones de probabilidad, proceso que se explicará posteriormente, cuando se aborde la clase PonerPrecio.

Oferta:

Los agentes correspondientes a la clase `Oferta`, son los segmentos que contienen el precio con cierto descuento dependiendo del tiempo en el que se abren respecto al tiempo de inicio del curso. Los atributos que tiene cada uno de los Segmentos son: Un parámetro booleano que indica si el segmento se encuentra disponible o no, y unos parámetros enteros que indican la capacidad del segmento, la cantidad y una lista con los clientes que fueron matriculados en dicho segmento, para la capacidad del segmento, tenemos en cuenta la capacidad total del curso, y una asignación de la siguiente manera: Se toma un valor del modelo de probabilidad Normal Estándar de tal forma que está será la proporción sobre el total de clientes que tomarán el último segmento, el restante se distribuye uniformemente en los segmentos restantes.

Presentamos a continuación el constructor y los métodos más relevantes de la clase `Oferta`:

```
/**
 * Retorna cuanto es el valor segun el numero de clientes de cada
 * segmentos que necesitan el curso; es decir, estarian dispuestos
 * a pagar el valor total del curso
 * @return (int) monto en pesos de los clientes del segmento en
 * cuestion que pagarian el precio normal del curso
 */
public int getDispuestosAPagar(){
    int count = 0;
    for (int i= 0; i<matriculados.size(); i++){
        if(matriculados.get(i).getloNecesita() || this.ID==numSegmentos)
            count++;
    }
    return count*precioMax;
}

/**
 * Retorna las utilidades que genera el segmento
 * @return (int) ingreso total del segmento
 */
public int getIngresoSegmento(){
    return matriculados.size()*precio;
}
```

PonerPrecio:

Esta clase es la parte de la columna vertebral del modelo de simulación debido a que influye en la determinación del comportamiento de los agentes y posee tres características importantes:

- Es la encargada de recibir los parámetros de la simulación que son ingresados por el usuario en el panel izquierdo de la ventana del usuario de

Repast Symphony, en la pestaña que dice *Parameters*.

- Asigna a cada clientes el segmento que le corresponde. Para esto, se tienen en cuenta datos proporcionados por CEC (Centro de Educación Continua) de la Universidad EAFIT, en los cuales la probabilidad de que una persona utilice el pronto pago es del 0.5. Luego, la asignación de un pronto pago, que corresponden a los segmentos con descuentos, se modela bajo tres tipos de distribuciones: una normal y dos betas, una sesgada a la izquierda y la otra a la derecha, pero con los mismos parámetros.
- Determina el precio de cada segmento partiendo proporcionalmente de un descuento máximo con relación al número de segmentos con pronto pago y la capacidad de cada segmento.

Y su representación en código sería:

```
/**
 * Determina el segmento en el cual ira
 */
public int setMejorOferta(){
    //El 50% de las personas no utilizan el pronto pago
    (segun datos obtenidos del CEC)
    if(distribucionNormal()>0.5)
        return numSegmentos-1;
    //El otro 50% selecciona la oferta que mas se acomode
    else{
        if((direccion.toLowerCase()).equals("izquierda"))
            return (int)(distribucionBeta()*(numSegmentos-1));
        else
            if((direccion.toLowerCase()).equals("derecha"))
                return (int)((1-distribucionBeta()*(numSegmentos-1));
            else
                return (int)(distribucionNormal()*(numSegmentos-1));
        }
    }
}
```

Y las distribuciones a su vez se codifican así:

```
/**
 * Modela una distribucion Beta con parametros alpha = 0.89 y beta = 1.8
 * @return (double) probabilidad
 */
public double distribucionBeta(){
    Beta beta = RandomHelper.createBeta(0.89, 1.8);
    return beta.nextDouble();
}

/**
```

```

* Modela una distribución Normal con parametros mu = 0 y varianza = 1
* @return (double) probabilidad
*/
public double distribucionNormal(){
    Normal normalStd = RandomHelper.createNormal(0, 1);
    return normalStd.nextDouble();
}

```

Los modelos probabilísticos que se utilizaron son:

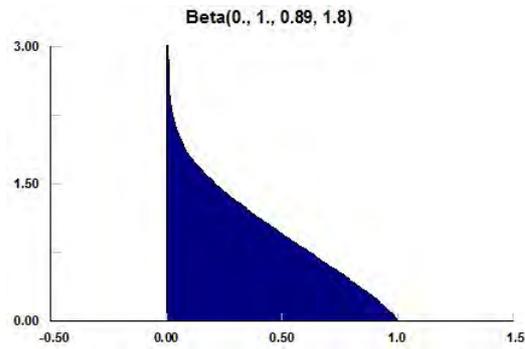


Figura 5.2: Modelo Beta con parámetros $\alpha = 0,98$ y $\beta = 1,8$

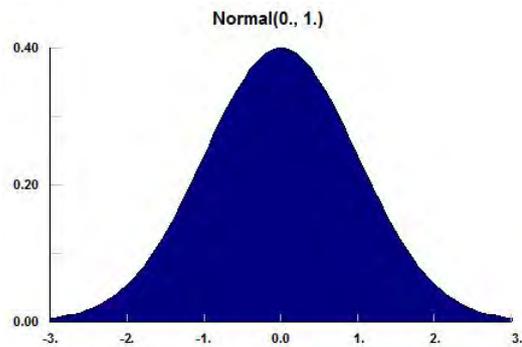


Figura 5.3: Modelo Normal Estándar

A continuación se presentan los códigos y la ecuación matemática para la correcta implementación de ambos.

Nota: las tasas de cupos en los segmentos con descuento son iguales, es decir, todos los segmentos con descuentos poseen igual cantidad de cupos entre sí.

Código precio por segmento:

```
/**
```

```
* Retorna un precio segun el segmento ingresado. Los precios se
* determinan proporcionalmente
* @param segmento
* @return (double) precio para el segmento en cuestion
*/
public double getPrecio(int segmento){
    if(segmento+1<numSegmentos)
        return ((precioCurso/100)*(100-
            ((descuentoMaximo)*(numSegmentos-segmento-1)/(numSegmentos-1))));
    else return precioCurso;
}
```

Código tasas de cupos:

```
double [] arregloTasas1 = {0.5/(numSegmentos-1),0.5};
```

Código asignación cupos:

```
if (i<numSegmentos-1)
    disponibleActual = (int) Math.round(arregloTasas[0]*capacidadMax);
else
    disponibleActual = (int) Math.round(arregloTasas[1]*capacidadMax);
```

Escenarios:

Escenarios, junto con PonerPrecio, son las clases que más influyen en el comportamiento del modelo; es decir, son las clases que le dan dinamismo al modelo por la forma directa de influenciar la toma de decisión de los agentes de tipo Demanda. Existen dos tipos de escenarios. El 0 hace referencia a un contexto donde no hay flexibilidad en el pago, es decir la oferta que se asigna al instanciar la clase, nunca cambia durante la corrida; mientras que el 1, permite un cambio de segmento según la necesidad que presente el cliente. Además, esta clase maneja dos métodos, presentados en la parte inferior, que se encargan de determinar si al cliente le corresponde matricularse en ese segmento y de asignar un nuevo segmento de matrícula, en caso que se esté manejando el escenario tipo 1, respectivamente.

Se muestra, a continuación, los métodos más relevantes de la clase Escenarios:

```
/**
* Determina si un cliente es apto para matricularse en un segmento
* determinado segun unos parametros preestablecidos, teniendo en
* cuenta que no exceda la capacidad predeterminada
* @param segmento
* @param cliente
* @return (boolean) si al cliente le corresponde matricularse en ese
* segmento
*/
public boolean escenario(Oferta segmento, Demanda cliente){
```

```

        return cliente.getOferta()==(int)cliente.time/cliente.intervalo;
    }

    /**
     * Condiciona proceso de matricularse segun el tipo de escenario
     * @return (boolean) segun el tipo de escenario elegido
     */
    public boolean tipoEscenario(Demanda cliente , boolean loNecesita){
        switch(precio.getTipoEscenario()){
            case 0:
                return false;
            case 1:
                return !cliente.isMatriculado() && loNecesita;
        }
        return false;
    }
}

```

5.2. Resultados de la Simulación:

Después de tener el modelo, supondremos los siguientes valores para los parámetros de tal forma que podamos analizar el comportamiento del los precios dinámicos en el centro de idiomas.

- La capacidad máxima del curso son 25 personas
- El número de de segmentos que se tendrán son 4
- El descuento máximo para el curso es de 15 %
- EL precio máximo del curso es de 783.000

La simulación se realiza en un periodo de 60 días asumido de la siguiente forma: se analizará el comportamiento de matriculas 2 meses antes de que comience el curso de inglés, es decir en el tiempo $t=0$ el cliente se encuentra 2 meses antes de que comience el curso y en el tiempo $t=60$ el cliente se encuentra en la fecha de inicio del curso.

Escenario 1:

El primer Escenario se basa en que dadas las condiciones del modelo, cada uno de los clientes tiene un segmento de preferencia para matricularse, pero si en cierto instante el segmento se cierra y el cliente no logró matricularse no tendrá forma de tomar el curso en otro segmento.

Presentamos a continuación la gráfica de comparación de los ingresos que se tendrían por el curso de ingles de la demanda con los descuentos respecto a la demanda sin descuentos.



Figura 5.4: Gráficas de Ingreso con y sin descuento VS Tiempo Escenario 1

De este primer escenario, realizamos 19 corridas diferentes de tal forma de poder obtener los ingresos medios que se podrían obtener y entregar un intervalo de confianza del 95 % dentro del cuál puede encontrarse los ingresos reales dados los parámetros mencionados en un inicio.

Corrida	Ingreso total sin descuento	Ingreso total con descuento
1	\$ 14,877,000.00	\$ 16,325,550.00
2	\$ 14,094,000.00	\$ 14,798,700.00
3	\$ 8,613,000.00	\$ 10,883,700.00
4	\$ 10,962,000.00	\$ 12,449,700.00
5	\$ 11,745,000.00	\$ 11,823,300.00
6	\$ 13,311,000.00	\$ 14,798,700.00
7	\$ 10,962,000.00	\$ 12,488,850.00
8	\$ 9,396,000.00	\$ 11,705,850.00
9	\$ 10,179,000.00	\$ 11,705,850.00
10	\$ 10,179,000.00	\$ 11,745,000.00
11	\$ 10,179,000.00	\$ 11,588,400.00
12	\$ 8,613,000.00	\$ 10,139,850.00
13	\$ 10,962,000.00	\$ 10,844,550.00
14	\$ 7,047,000.00	\$ 10,139,850.00
15	\$ 12,528,000.00	\$ 13,937,400.00
16	\$ 13,311,000.00	\$ 14,094,000.00
17	\$ 13,311,000.00	\$ 14,015,700.00
18	\$ 10,179,000.00	\$ 11,745,000.00
19	\$ 9,396,000.00	\$ 13,232,700.00

Cuadro 5.1: Ingresos para diferentes corridas con descuento y sin descuento. Escenario 1

De la información presentada en la tabla anterior, obtenemos el resumen de los datos con los respectivos límites del intervalo de confianza del 95 % para los ingresos. Con esta información podemos establecer el número de corridas del modelo que son necesarias para que la estimación del ingreso obtenido difiera un máximo de 1 millón de pesos utilizando la siguiente expresión:

$$NumeroCorridas = \left(\frac{Z_{\alpha} * \sigma_{\bar{X}}}{Error} \right)^2 \quad (5.3)$$

Donde $\sigma_{\bar{X}}$ es el error estándar de la media muestral de los datos presentados anteriormente, α es el nivel de significancia y Z es representa el valor de la distribución normal estándar.

Teniendo como parámetros $Error = 1,000,000, \alpha = 0,05$ y $\sigma_{\bar{X}}$ como las desviaciones estándar muestrales para los datos que representan los ingresos con y sin descuento respectivamente tenemos:

$$NumeroCorridas_{SinDescuento} = \left(\frac{1,96 * 2,086}{1000000} \right)^2 = 17 \quad (5.4)$$

$$NumeroCorridas_{ConDescuento} = \left(\frac{1,96 * 1,712}{1000000} \right)^2 = 11 \quad (5.5)$$

Cómo el número de corridas que realizamos es mayor al número obtenido en las expresiones 5.4 y 5.5 podemos garantizar que los intervalos que presentaremos a continuación tienen un error por debajo de 1.000.000.

	Limite inferior	Media	Limite Superior
Ingreso total sin descuento	\$ 10,130,067.57	\$ 11,044,421.05	\$ 11,958,774.54
Ingreso total con descuento	\$ 11,800,172.32	\$ 12,550,665.79	\$ 13,301,159.26

Cuadro 5.2: Media muestral y límites del intervalo de confianza para los ingresos con y sin descuento obtenidos mediante simulación. Escenario 1

Escenario 2:

El primer Escenario se basa en que dadas las condiciones del modelo, cada uno de los clientes tiene un segmento de preferencia para matricularse, pero si en cierto instante el segmento se cierra y el cliente no logró matricularse puede buscar como opción el próximo segmento que se abra.

Presentamos a continuación la gráfica de comparación de los ingresos que se tendrían por el curso de ingles de la demanda con los descuentos respecto a la demanda sin descuentos.

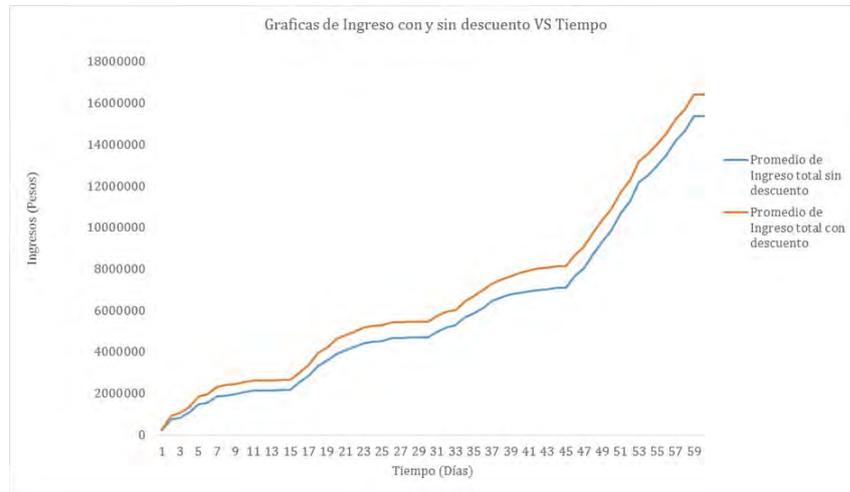


Figura 5.5: Gráficas de Ingreso con y sin descuento VS Tiempo Escenario 2

De este segundo escenario, realizamos 19 corridas diferentes de tal forma de poder obtener los ingresos medios que se podrían obtener y entregar un intervalo de confianza del 95 % dentro del cuál puede encontrarse los ingresos reales dados los parámetros mencionados en un inicio.

Corrida	Ingreso total sin descuento	Ingreso total con descuento
1	\$ 16,443,000	\$ 17,069,400
2	\$ 14,877,000	\$ 16,364,700
3	\$ 8,613,000	\$ 10,883,700
4	\$ 18,009,000	\$ 17,069,400
5	\$ 16,443,000	\$ 17,069,400
6	\$ 16,443,000	\$ 17,852,400
7	\$ 17,226,000	\$ 17,852,400
8	\$ 17,226,000	\$ 17,852,400
9	\$ 13,311,000	\$ 14,720,400
10	\$ 15,660,000	\$ 16,286,400
11	\$ 15,660,000	\$ 17,108,550
12	\$ 14,877,000	\$ 17,069,400
13	\$ 14,094,000	\$ 14,720,400
14	\$ 13,311,000	\$ 15,503,400
15	\$ 17,226,000	\$ 17,852,400
16	\$ 14,094,000	\$ 15,542,550
17	\$ 18,792,000	\$ 18,635,400
18	\$ 15,660,000	\$ 16,286,400
19	\$ 14,877,000	\$ 16,325,550

Cuadro 5.3: Ingresos para diferentes corridas con descuento y sin descuento. Escenario 1

De la información presentada en la tabla anterior, obtenemos el resumen de los datos con los respectivos límites del intervalo de confianza del 95 % para los ingresos. Con esta información podemos establecer el número de corridas del modelo que son necesarias para que la estimación del ingreso obtenido difiera un máximo de 1 millón de pesos al igual que en el escenario 1 utilizando la expresión 5.3 tenemos que:

$$NumeroCorridas_{SinDescuento} = \left(\frac{1,96 * 2,246}{1000000} \right)^2 = 19 \quad (5.6)$$

$$NumeroCorridas_{ConDescuento} = \left(\frac{1,96 * 1,721}{1000000} \right)^2 = 11 \quad (5.7)$$

Obteniendo una conclusión similar a la encontrada con los cálculos del número de corridas en el escenario 1, el número de corridas que realizamos es mayor o igual al número obtenido en las expresiones 5.6 y 5.7 podemos garantizar que los intervalos que presentaremos a continuación tienen un error por debajo de 1.000.000.

	Limite inferior	Media	Limite Superior
Ingreso total sin descuento	\$ 14,428,381	\$ 15,412,736	\$ 16,397,092
Ingreso total con descuento	\$ 15,669,852	\$ 16,424,455	\$ 17,179,057

Cuadro 5.4: Media muestral y límites del intervalo de confianza para los ingresos con y sin descuento obtenidos mediante simulación. Escenario 2

Presentamos a continuación el comportamiento de los ingresos del curso de idiomas variando el número de segmentos.

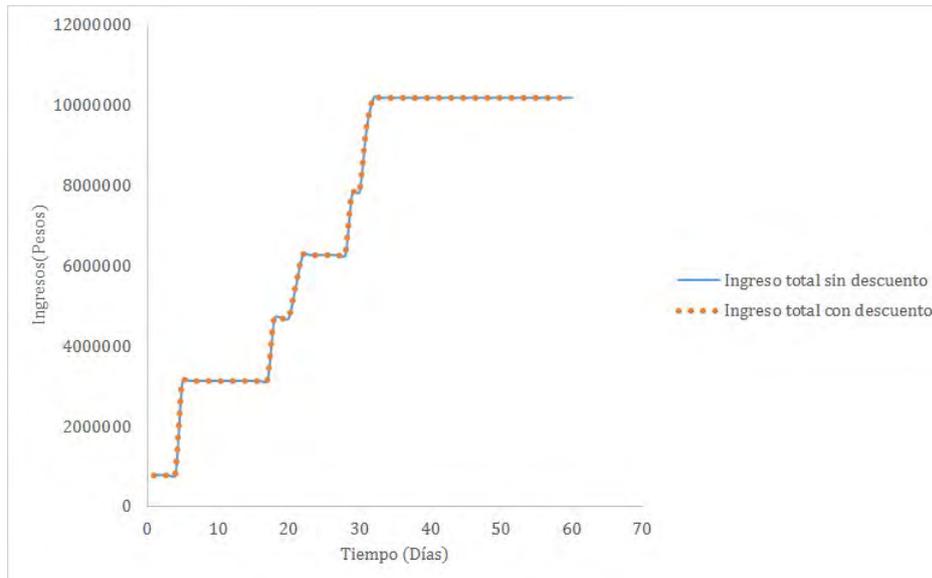


Figura 5.6: Gráficas de Ingreso con 1 Segmento

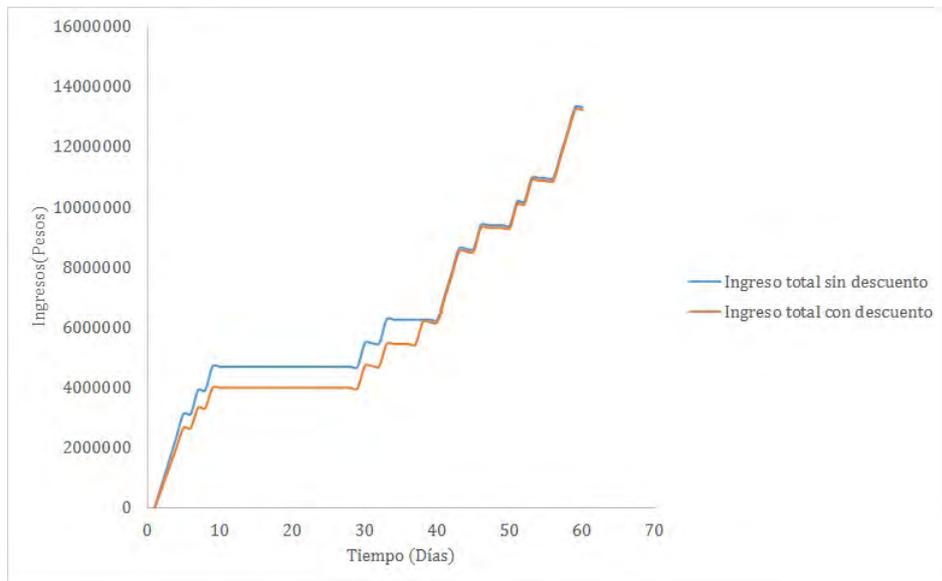


Figura 5.7: Gráficas de Ingreso con y sin descuento Escenario 1 utilizando 3 Segmentos

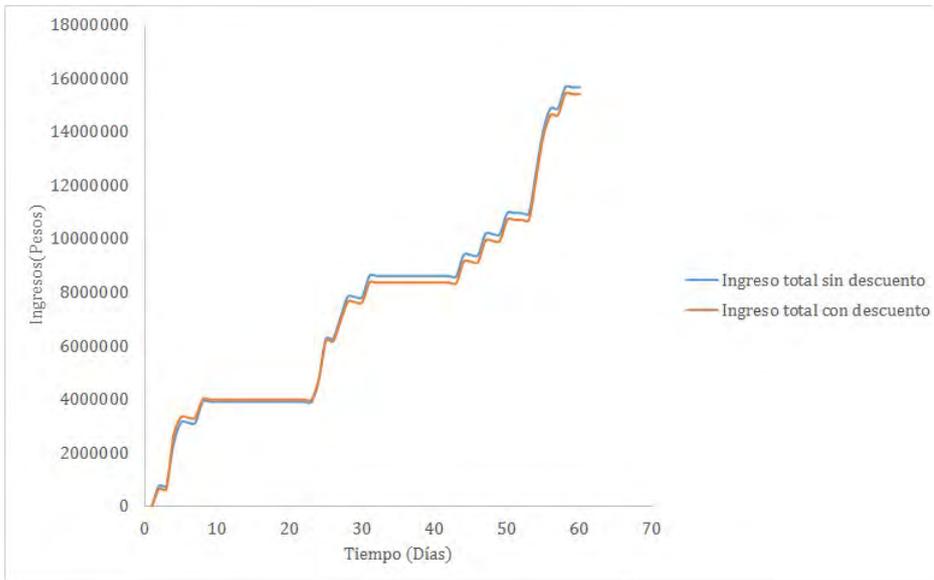


Figura 5.8: Gráficas de Ingreso con y sin descuento Escenario 2 utilizando 3 Segmentos

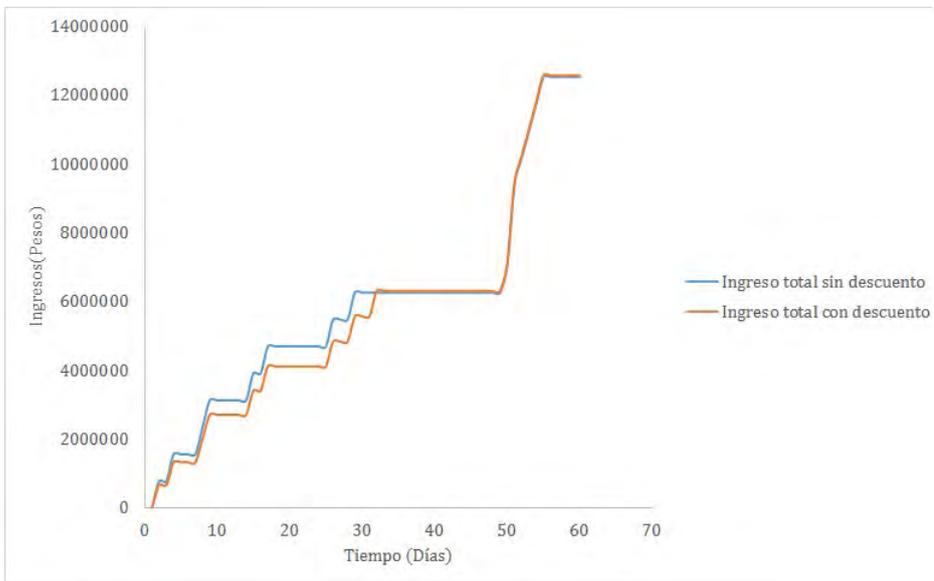


Figura 5.9: Gráficas de Ingreso con y sin descuento Escenario 1 utilizando 8 Segmentos

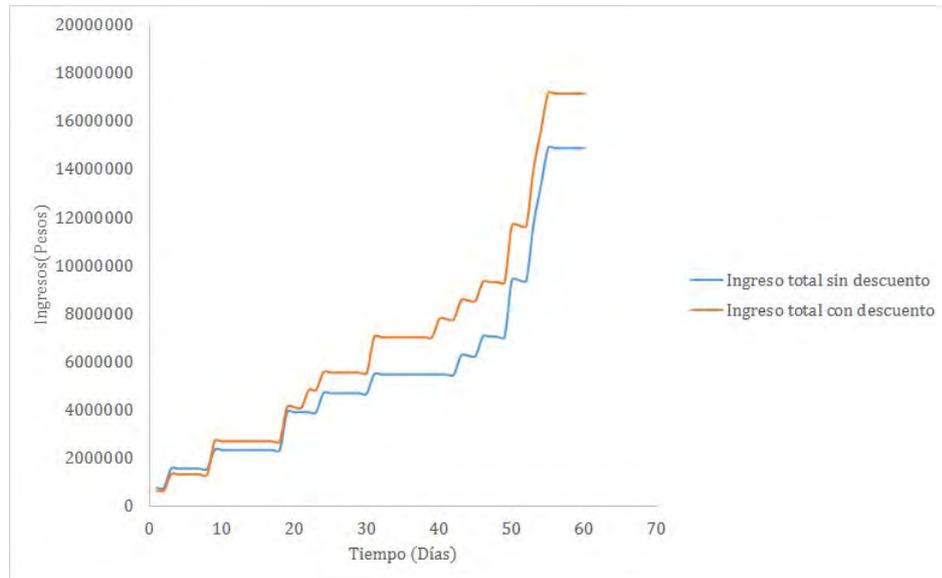


Figura 5.10: Gráficas de Ingreso con y sin descuento Escenario 2 utilizando 8 Segmentos

5.3. Análisis de la Simulación

Tal como se evidencia en la figura 5.6, la demanda tanto para las tarifas con y sin descuento tiene el mismo comportamiento al momento de crear 1 solo segmento (Es decir no existe ningún tipo de descuento), por lo que esta gráfica estaría modelando el comportamiento que tiene en éste momento los ingresos del centro de idiomas en un curso con los parámetros que fueron mencionados en la sección anterior.

Comparando el comportamiento de las figuras 5.4, 5.7 y 5.9 el comportamiento de los ingresos cambia según el número de segmentos que se encuentren disponibles en el escenario 1, en podemos dar una primera mirada y deducir que el aumento del número de segmentos aumenta el monto de los ingresos para un curso, pues se mantiene un mismo descuento que se reparte en cada uno de los segmentos dando a cada uno de ellos valores cercanos entre sí.

Similar al análisis anterior, podemos ver que el modelo utilizando el escenario 2 reflejado en las figuras 5.5, 5.8 y 5.10 tiene un comportamiento parecido al escenario 1 descrito anteriormente, el cual dependiendo del número de segmentos los ingresos mejoran para el curso del centro de idiomas.

El motivo por el cual se evidencia que a mayor número de segmentos los ingresos aumenta se debe a que el descuento que se tiene es el mismo para cada una de las corridas, además la manera en que se realiza la asignación de los cupos para cada uno de los segmentos es de manera uniforme, por lo que se reduce la proporción de personas que pueda obtener el descuento más grande

y se comienza la tendencia de que los segmentos adquieran precios mucho más cercanos al valor inicial del curso.

De los dos casos anteriores, se deja la inquietud a cerca del número óptimo de segmentos de tal forma que se maximicen los ingresos para los parámetros que fueron utilizados, y a su vez determinar un valor razonable para el descuento que se desea aplicar al curso.

Un dato crucial para el desarrollo del modelo es determinar la probabilidad de que cierto cliente se matricule en un segmento determinado, o bien la probabilidad de que éste tome un descuento dependiendo de la fecha de inicio del curso, por lo que se debe estimar este modelo de tal forma que la aproximación al comportamiento real sea muy cercana. Por la falta de datos en el desarrollo de este modelo de simulación se supuso dicho modelo con los tres casos que se presentaron utilizando las distribuciones de probabilidad que se presentan en las figuras 5.2 y 5.3 , por lo que los resultados que arroja el modelo no son confiables para tomar decisiones respecto a la implementación de precios dinámicos en las tarifas del centro de idiomas.

Capítulo 6

Conclusiones

- La revisión de la literatura permitió identificar diferentes estrategias que han sido usadas para modelar precios dinámicos. Se puede observar que diversos tipos de compañías han implementado estas estrategias de precios para optimizar sus utilidades, ejemplos de éstas son, hoteles, aerolíneas, y otras que comercializan productos perecederos y no perecederos con inventarios finitos o infinitos. Algunas de éstas compañías, utilizan estrategias de precios dinámicos como las subastas donde los clientes pueden dar un precio de oferta por un bien y el vendedor define el precio final. Otras compañías sin embargo definen diferentes precios para diferentes segmentos y el cliente acepta o no la oferta en un momento determinado, asumiendo un riesgo de que el producto se agote.

Otro tipo de estrategia de precios dinámicos considera precios con descuentos para diferentes segmentos, en el cual el vendedor anuncia un precio de venta inicial y tiene la opción de anunciar todos los descuentos que hará en cada segmento o se reserva el precio de cada segmento hasta el momento en que inicia el periodo de tiempo de dicho segmento.

Los tipos de modelos matemáticos usados para representar precios dinámicos consideran diferentes variaciones en la demanda, como demanda dependiente del precio, demanda dependiente del tiempo y demanda dependiente del nivel de inventario. En cada caso la demanda puede ser continua o discreta y modelada determinista o estocásticamente. El tiempo a su vez puede ser representado en forma discreta o en forma continua dependiendo de las características y propósito del modelo desarrollado.

Otros modelos consideran competencia, monopolio, estrategias de los clientes, y otras características de los clientes que pueden de una u otra forma influir en la demanda.

-
- El modelo de simulación permite que el usuario simule varias alternativas de precios dinámicos considerando el número de segmentos, el precio

máximo del curso, el tipo de cliente que se tiene.

En el modelo de simulación se considera la estrategia de precios con descuentos en vez de la estrategia de subasta considerando una demanda estocástica y dinámica que depende del segmento que se abra.

Bibliografía

- Adida, Elodie, & Perakis, Georgia. 2010. Dynamic pricing and inventory control: robust vs. stochastic uncertainty models—a computational study. *Annals of Operations Research*, **181**(1), 125–157.
- Aviv, Yossi, & Pazgal, Amit. 2008. Optimal pricing of seasonal products in the presence of forward-looking consumers. *Manufacturing & Service Operations Management*, **10**(3), 339–359.
- Bapna, Ravi, Goes, Paulo, & Gupta, Alok. 2003. Analysis and design of business-to-consumer online auctions. *Management Science*, **49**(1), 85–101.
- Berk, Emre, Ülkü Gürler, & Yildirim, Gonca. 2009. On pricing of perishable assets with menu costs. *International Journal of Production Economics*, **121**(2), 678–699.
- Biller, Stephan, Chan, LapMuiAnn, Simchi-Levi, David, & Swann, Julie. 2005. Dynamic Pricing and the Direct-to-Customer Model in the Automotive Industry. *Electronic Commerce Research*, **5**(2), 309–334.
- Dasgupta, Prithviraj, Moser, LouiseE., & Melliar-Smith, P.Michael. 2005. Dynamic Pricing for Time-Limited Goods in a Supplier-Driven Electronic Marketplace. *Electronic Commerce Research*, **5**(2), 267–292.
- Elmaghraby, Wedad, & Keskinocak, Pınar. 2003. Dynamic pricing in the presence of inventory considerations: Research overview, current practices, and future directions. *Management Science*, **49**(10), 1287–1309.
- Guo, Xiaolong, Ling, Liuyi, Yang, Chenchen, Li, Zhaoqiong, & Liang, Liang. 2013. Optimal pricing strategy based on market segmentation for service products using online reservation systems: An application to hotel rooms. *International Journal of Hospitality Management*, **35**, 274–281.
- Itir Z. Karaesmen, Alan Scheller-Wolf, & Deniz, Borga. 2011. Managing Perishable and Aging Inventories: Review and Future Research Directions. *Pages 393–436 of: Kempf, Karl G., Keskinocak, Pınar, & Uzsoy, Reha (eds), Planning Production and Inventories in the Extended Enterprise*. International Series in Operations Research & Management Science, vol. 151. Springer US.
- Levin, Yuri, McGill, Jeff, & Nediak, Mikhail. 2009. Dynamic Pricing in the Presence of Strategic Consumers and Oligopolistic Competition. *Management Science*, **55**(1), 32–46.

- Li, Michael Z.F., & Zhuang, Weifen. 2009. Risk-sensitive dynamic pricing for a single perishable product. *Operations Research Letters*, **37**(5), 327–332.
- Maglaras, Constantinos, & Meissner, Joern. 2006. Dynamic Pricing Strategies for Multiproduct Revenue Management Problems. *Manufacturing & Service Operations Management*, **8**(2), 136–148.
- Pierce, Gregory, Willson, Hank, & Shoup, Donald. 2015. Optimizing the use of public garages: Pricing parking by demand. *Transport Policy*, **44**, 89–95.
- Rabbani, Masoud, Zia, Nadia Pourmohammad, & Rafiei, Hamed. 2015. Coordinated replenishment and marketing policies for non-instantaneous stock deterioration problem. *Computers & Industrial Engineering*, **88**, 49–62.
- Rana, Rupal, & Oliveira, Fernando S. 2015. Dynamic pricing policies for interdependent perishable products or services using reinforcement learning. *Expert Systems with Applications*, **42**(1), 426–436.
- Su, Xuanming. 2007. Intertemporal pricing with strategic customer behavior. *Management Science*, **53**(5), 726–741.
- Tsao, Yu-Chung, & Sheen, Gwo-Ji. 2008. Dynamic pricing, promotion and replenishment policies for a deteriorating item under permissible delay in payments. *Computers & Operations Research*, **35**(11), 3562–3580.
- Zhao, Wen, & Zheng, Yu-Sheng. 2000. Optimal Dynamic Pricing for Perishable Assets with Nonhomogeneous Demand. *Management Science*, **46**(3), 375–388.